

## 9. Números complejos\*

1. Representa gráficamente el afijo de los siguientes complejos:

a)  $-5 + 5i$ .    b)  $3_{315^\circ}$ .    c)  $4(\cos 75^\circ + i \sen 75^\circ)$ .

2. Efectúa los siguientes cálculos con números complejos en forma binómica:

a)  $(-3 + 2i) - (4 + 2i)i$ .    b)  $(8 - 3i)(4 - 3i)(-5 - 6i)$ .  
c)  $(-3 + 2i)i^5$ .    d)  $(8 - 3i)^2 + (8 - 6i)(-5)$ .

3. Efectúa los siguientes cálculos con números complejos:

a)  $\frac{-3 + 2i}{5 - 2i} - \frac{4 + 2i}{4 - 2i}$ .    b)  $4 - \frac{8 - 3i}{4 + 2i}$ .  
c)  $\frac{(4 - 3i)(-5 - 6i)}{-2i(20 - 3i)}$ .

4. Encuentra dos números complejos conjugados cuyo producto sea 7 y cuya suma sea 5.

5. Encuentra el valor de  $x$  e  $y$  para que se verifique:

$$(x - 5i)(-3 + 2yi) = 24 + 27i.$$

6. Calcula los valores de  $x$  e  $y$  que cumplen:

$$\frac{x - 2i}{3 - i} = \frac{y - i}{5}.$$

7. Sea el complejo  $3_{60^\circ}$ . Expresa directamente en forma polar el conjugado, el opuesto y el inverso. Representa el afijo de cada uno de ellos.

8. Pasa a forma binómica y representa gráficamente los afijos de los siguientes complejos:

a)  $3_{315^\circ}$ .    b)  $5_{1000^\circ}$ .    c)  $3_{(\frac{2\pi}{3} \text{ rad})}$ .  
d)  $4(\cos 75^\circ + i \sen 75^\circ)$ .

9. Utiliza la calculadora para pasar a forma polar y trigonométrica los siguientes números:

a)  $3 - i$ .    b)  $3 + 5i$ .    c)  $-3 - 2i$ .    d)  $-3 + 9i$ .

10. Localiza en el plano complejo todos los números  $z$  tales que:

a) Tienen parte real  $-2$ .    b) Tienen parte imaginaria igual a  $-2$ .    c) Tienen módulo 2.    d) Tienen argumento igual a  $270^\circ$ .

---

\*Estos ejercicios han sido extraídos del libro de bachillerato MATEMÁTICAS I de la EDITORIAL LA Ñ, cuyos autores son Francisco Benítez, Juan Luis Romero, Eloy Fernández, José Manuel Díaz, Alfredo Domínguez y Octavio Ariza. Se recomienda su lectura para la realización de estos ejercicios.

11. Efectúa las siguientes operaciones:

a)  $\frac{(3_{40^\circ})}{(4_{10^\circ})}(2_{30^\circ})^4$ .   b)  $(3_{30^\circ}) - (2_{150^\circ}) + (2_{30^\circ})^6$ .

12. Efectúa las siguientes operaciones:

a)  $(2_{30^\circ}) \cdot \frac{(4_{20^\circ})^4}{(\sqrt{2_{30^\circ}})^4}$ .   b)  $(3_{30^\circ}) - [(2_{10^\circ})^3 + (\sqrt{2_{30^\circ}})^6]$ .

13. Efectúa las siguientes operaciones (cuando sea interesante pasa primero a forma polar, si no obtienes un valor exacto del argumento, desarrolla por el binomio de Newton).

a)  $(3 + 4i)^4$ .   b)  $(2 - 2i)^4$ .   c)  $(\sqrt{3} - 2\sqrt{3}i)^{10}$ .

14. Efectúa las siguientes potencias:

a)  $i^{44}$ .   b)  $i^{33}$ .   c)  $(2i)^{10}$ .   d)  $(-i)^{-11}$ .

15. Simplifica la expresión  $\frac{i^{10} - 2i^7}{2 + i^{33}}$ .

16. Calcula las siguientes raíces de números complejos:

a)  $\sqrt[4]{-16}$ .   b)  $\sqrt[4]{2_{90^\circ}}$ .   c)  $\sqrt[5]{2(\cos 50^\circ + i \sin 50^\circ)}$ .

17. Sabemos que la raíz cuadrada de un número es  $-1 + 2i$ . ¿Cuál es la otra?

18. Una de las raíces de una ecuación de segundo grado es  $-3 + 3i$ . ¿Cuál es la otra?

19. Encuentra una ecuación de segundo grado cuyas raíces sean:  $2_{30^\circ}, 2_{330^\circ}$ .

20. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $x^5 - 243 = 0$ .   b)  $-x^2 + 8x - 12 = 0$ .   c)  $x^4 - 4x^2 + 5 = 0$ .

21. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $x^5 - 7x^3 + 9x = 0$ .   b)  $x^6 - 10x^4 - 9x^2 = 0$ .

22. Demuestra que  $|z|^2 = z \cdot \bar{z}$ .

23. Demuestra que el conjugado de la suma de dos números complejos es igual al suma de los conjugados.

24. Demuestra que el conjugado del producto de dos números es igual al producto de los conjugados

25. Encuentra los números complejos  $z$  cuyo conjugado es igual a su opuesto.

26. Encuentra la relación entre  $a$  y  $b$  para que el número complejo  $z = a + bi$  verifique  $|z + 2| = 3$ .

27. Encuentra la relación entre  $a$  y  $b$  para que  $z = a + bi$  verifique  $|z - (1 - i)| = 2$ .

28. Encuentra una ecuación de cuarto grado cuyas raíces sean:  $2 - 3i, 2 + 3i, -2i, 2i$ .

29. Representa el afijo de todos los complejos  $z$  tales que:

a)  $z + \bar{z} = 2$ .   b)  $z - \bar{z} = 2i$ .   c)  $z \cdot \bar{z} = 4$ .

30. Encuentra y localiza en el plano complejo los complejos tales que:

a)  $|z - 2| = 2$ .   b)  $|z - 2i| = 2$ .   c)  $|z - i| < 2$ .

31. Encuentra los valores  $b$  y  $\theta$  para que sean iguales los complejos  $z_1 = -1 + bi$  y  $z = 2_\theta$ .