

---

## 4 Cálculo

---

La habilidad de *Mathematica* para manejar expresiones es lo que le permite hacer matemáticas.

### 4.1. Derivadas

- La derivada de  $x^n$ .

```
D[x^n, x]
```

- Mathematica* conoce la derivada de todas las funciones matemáticas habituales.

```
D[ArcTan[x], x]
```

```
D[x^2 Log[x + a], x]
```

- La tercera derivada de  $x^n$ .

```
D[x^n, {x, 3}]
```

- Del mismo modo que se tratan simbólicamente variables como  $x$ , también es posible tratar funciones simbólicamente.

```
D[f[x], x]
```

- La regla de la cadena.

```
D[f[x^2], x]
```

```
D[2 x f[x^2], x]
```

### 4.2. Integrales

- La integral de  $x^n$  con respecto a  $x$ .

```
Integrate[x^n, x]
```

- Mathematica* sabe hacer casi cualquier integral que pueda ser expresada en términos de funciones matemáticas habituales.

```
Integrate[1/(x^4 - a^4), x]
```

```
Integrate[Log[1 - x^2], x]
```

- A veces, sin embargo, *Mathematica* tiene que hacer uso de funciones matemáticas complejas y poco comunes para expresar la integral.

```

Integrate[Log[1 - x^2]/x, x]
Integrate[Exp[1 - x^2], x]
Integrate[Sin[x^2], x]
Integrate[(1 - x^2)^n, x]

```

- En raras ocasiones, sin embargo, es matemáticamente imposible obtener una respuesta.

```
Integrate[x^x, x]
```

- También se pueden hallar integrales definidas.

```

Integrate[Log[x], {x, a, b}]
Integrate[Exp[-x^2], {x, 0, Infinity}]

```

- Como cabía esperar *Mathematica* no puede hallar esta integral definida.

```
Integrate[x^x, {x, 0, 1}]
```

- Pero se puede obtener una aproximación numérica.

```
N[%]
```

### 4.3. Sumas y series

- La suma  $\sum_{i=1}^7 \frac{x^i}{i}$

```
Sum[x^i/i, {i, 1, 8}]
```

- El límite inferior 1 puede omitirse.

```
Sum[x^i/i, {i, 8}]
```

- La misma suma haciendo que *i* se incremente de dos en dos, de manera que sólo se incluyan los términos impares.

```
Sum[x^i/i, {i, 1, 8, 2}]
```

- Una suma formal en función de *n*.

```
Sum[i^2, {i, 1, n}]
```

- Cuando es posible, *Mathematica* es capaz de calcular también la suma de una serie.

```
Sum[1/i^4, {i, 1, Infinity}]
```

```
Sum[1/i, {i, 1, Infinity}]
```

- Como ocurre con las integrales, series simples pueden conducir a resultados muy complejos.

```
Sum[1/(i^4 + 2), {i, 1, Infinity}]
```

- Y también hay series para las que no se puede obtenerse una expresión en términos de funciones matemáticas habituales.

```
Sum[1/(i! + (2i)!), {i, 1, Infinity}]
```

- Aunque, como siempre, se puede calcular un valor numérico aproximado.

```
N[%]
```

#### 4.4. Límites

- La función  $\frac{\text{sen}(x)}{x}$ .

```
f = Sin[x]/x
```

- Si se intenta hallar el valor de **f** para  $x = 0$ , se obtiene una indeterminación.

```
f /. x->0
```

- Sin embargo, para valores cercanos a cero, el valor de  $\text{sen}(x)/x$  es cercano a 1.

```
f /. x->0.01
```

```
f /. x->0.001
```

- El límite de  $\text{sen}(x)/x$  cuando  $x$  tiende a 0.

```
Limit[f, x->0]
```

#### Debes haber aprendido a...

- ...calcular derivadas con la función **D**;
- ...calcular integrales con la función **Integrate**;
- ...calcular sumas y series con la función **Sum**;
- ...calcular límites con la función **Limit**.