1. Mezclando cinco aleaciones, cuyos precios y composición se indican a continuación, se desea producir una nueva aleación cuya composición, por peso, es 30 % de metal A y 70 % de metal B.

Aleación	1	2	3	4	5
% A	10	25	50	75	95
% B	90	75	50	25	5
Precio/Kg.	5	4	3	2	1'5

Formular este problema como un problema de programación lineal.

2. Una refinería de petróleo tiene dos fuentes de petróleo bruto: crudo ligero, que cuesta 35 dólares por barril y crudo pesado a 30 dólares por barril. A partir del crudo, la refinería produce gasolina y combustibles para calefacción y para turbinas en las cantidades por barril indicadas en la tabla siguiente:

	Gasolina	Combustible para calefacción	Combustible para turbinas
Crudo ligero	0'3	0'2	0'3
Crudo pesado	0'3	0'4	0'2

La refinería ha contratado una provisión de 900.000 barriles de gasolina, 800.000 barriles de combustible para la calefacción y 500.000 barriles de combustible para turbinas. La refinería desea calcular las cantidades de crudo ligero y pesado que tiene que comprar para poder cubrir sus necesidades al costo mínimo. Formúlese este problema como un problema de programación lineal.

3. Un gerente de producción está planeando la producción de tres productos en cuatro máquinas. Cada producto se puede manufacturar en cada una de las cuatro máquinas, con los siguientes costos y tiempos unitarios de producción:

Costos	Máquina			
Producto	1	2	3	4
1	4	4	5	7
2	6	7	5	6
3	12	10	8	11

Tiempos	Máquina			
Producto	1	2	3	4
1	0'3	0'25	0'2	0'2
2	0'2	0'3	0'2	0'25
3	0'82	0'6	0'6	0'5

Supóngase que se requieren 4.000, 5.000 y 3.000 unidades de los productos y que las horas–máquina disponibles son 1.500, 1.200, 1.500 y 2.000, respectivamente. Formúlese el problema de minimizar los costos.

4. Un fabricante de muebles tiene tres fábricas que requieren semanalmente, 500, 700 y 600 Tm. de madera. El fabricante puede comprar la madera a 3 compañías madereras. Las dos primeras madereras tienen virtualmente un suministro ilimitado, mientras que, por otros compromisos, la tercera maderera no puede surtir más de 500 Tm. por semana. La primera maderera usa el ferrocarril como medio de transporte y no hay límite al peso que puede enviar a las fábricas de muebles. Por otra parte, las otras dos compañías madereras usan camiones, lo cual limita a 200 Tm. el peso máximo que puede enviar a cualquiera de las fábricas de muebles. Formular el problema de minimizar los costos de transporte, si el costo unitario es:

	Fábrica		
Maderera	1	2	3
1	2	3	5
2	2'5	4	4'8
3	3	3'6	3'2

5. Una gran compañía textil tiene dos plantas de producción, dos orígenes de materias primas y tres centros de venta. El costo de transporte por Tm. entre los orígenes y las plantas y entre las plantas y los mercados es el siguiente:

Origen \ Planta	A	B
1	1	1'5
2	2	1'5

Planta \ Mercado	A	B	C
A	4	2	1
B	3	4	2

Se dispone de 10 Tm. del origen 1 y de 15 Tm. del origen 2. Los tres centros de ventas necesitan 8 Tm., 14 Tm. y 3 Tm.. La capacidad de procesamiento de las plantas es ilimitada.

a) Formúlese el problema de encontrar la forma de envío de los orígenes a las plantas y a los mercados que minimice el costo total de transporte.

b) Redúzcase el problema a un solo problema de transporte con dos orígenes y tres destinos. *Sugerencia:* Hállense las trayectorias de costo mínimo de los orígenes a los mercados.

c) Supóngase que la capacidad de procesamiento de la planta A es de 8 Tm. y la de la planta B es de 7 Tm.. Muéstrese cómo reducir el problema a dos problemas distintos.

6. Un molino agrícola produce alimento para vacas, ovejas y pollos. Esto se hace mezclando los siguientes ingredientes principales: maíz, piedra caliza, frijol de soya y comida de pescado. Estos ingredientes contienen los siguiente nutrientes: vitaminas, proteínas, calcio y grasa cruda. A continuación se resume el contenido de los nutrientes en cada kilogramo de los ingredientes.

	Nutriente			
Ingrediente	Vitaminas	Proteínas	Calcio	Grasa Cruda
Maíz	8	10	6	8
Piedra Caliza	6	5	10	6
Frijol de Soya	10	12	6	6
Comida de Pescado	4	8	6	9

Se hace un pedido al molino para que produzca 10, 6 y 8 Tm. de alimento para vacas, ovejas y pollos, respectivamente. Debido a la escasez de los ingredientes, sólo se dispone de una cantidad limitada de ellos, 6 Tm. de maíz, 10 Tm. de piedra caliza, 4 Tm. de frijoles de soya y 5 Tm. de alimento de pescado. El precio por kilogramo de estos ingredientes es de 20, 12, 24 y 12 respectivamente. A continuación se resumen las unidades mínima y máxima que se permiten de los distintos nutrientes por cada kilogramo de alimento.

	Nutriente							
	Vitaminas		Proteínas		Calcio		Grasa Cruda	
Producto	Min	Max	Min	Max	Min	Max	Min	Max
Alimento para Vacas	6		6		7		4	8
Alimento para Ovejas	6		6		6		4	6
Alimento para Pollos	4	6	6		6		4	6

7. En una fábrica en la que se trabaja las 24 horas del día, hay 6 turnos de trabajo que comienzan cada 4 horas, iniciándose el primero a las 6 h. de la mañana con una duración de 8 horas cada uno. Por los productos que se elaboran y el tipo de maquinaria que se utiliza, se necesita para cada semiturno un número diferente de trabajadores, 90, 210, 220, 160, 110 y 50. El gerente desea planificar la distribución de los trabajadores de manera que su número sea mínimo.

8. Alfredo tiene 2.200€ para invertir durante los 5 años siguientes. Al principio y a mediados de cada año puede invertir su dinero en depósitos a plazo fijo de 1 ó 2 años. El banco paga el 8 % de interés en depósitos a plazo fijo de un año y el 17 % (total) en depósitos a plazo fijo de 2 años. Además, a mediados del primer año y al principio del segundo, la compañía West World Limited ofrecer certificados a tres años. Estos certificados tendrán una ganancia del 27 % (total). Si Alfredo puede invertir su dinero disponible a principios y a mediados de cada año, formular un programa lineal que le muestre como maximizar su ganancia total al final del quinto año.

9. Los martes, la compañía de ferrocarriles GT tendrá 4 locomotoras en la ciudad X, 1 locomotora en Y y 2 en la Z. En cada uno de los puntos A, B, C y D, donde habrá trenes para estudiantes, se requiere una locomotora. El mapa local de las distancias viene dado por la tabla:

	A	B	C	D
X	13	35	42	9
Y	6	61	18	30
Z	15	10	5	9

¿Formular el problema de asignar las locomotoras para miminizar la distancia total viajada?

10. Un importador de whisky dispone de un mercado ilimitado, pero tiene límites máximos para su importación

whisky	botellas	precio
SIR ROSES	2000	35
HIGHLAND WIND	2500	25
OLD FRENZY	1200	20

Efectúa tres mezclas A, B y C que se venden a 34, 28'5 y 22'5 u.m. la botella.
Estas mezclas se componen de:

$$A \begin{cases} \text{no menos del } 60\,\% \text{ de SIR ROSES} \\ \text{no más del } 20\,\% \text{ de OLD FRENZY} \end{cases}$$

$$B \begin{cases} \text{no menos del } 15\,\% \text{ de SIR ROSES} \\ \text{no más del } 60\,\% \text{ de OLD FRENZY} \end{cases}$$

$$C \ \{ \ \text{no más del } 50\,\% \text{ de OLD FRENZY}$$

Formular el problema de maximizar los beneficios.

11. La compañía eléctrica local dispone de una red eléctrica para abastecer a una localidad desde una central. Se dispone de n puntos de enlace, siendo el punto 1 la central y el punto n la localidad de destino. Uniendo los puntos i y j de la red existe una conexión de capacidad c_{ij}, que no debe ser excedida.
Formular el problema de maximizar la potencia que llega a la localidad sin exceder las capacidades.

12. La compañía *Danger* se dedica al transporte de mercancías peligrosas por carretera y debe seleccionar la ruta para su próximo envío.
Para dicha selección ha numerado de 1 a n los cruces del mapa local de carreteras, siendo el punto 1 el origen y n el destino. Sea p_{ij} con $i \neq j$ la probabilidad de que el camión sufra un accidente al viajar de i a j independientemente del resto de los trayectos.

a) Formular el problema de encontrar la ruta más segura de 1 a n.
b) Transformar el problema anterior en un problema de programación lineal.
c) ¿Cómo deben modelarse los trayectos ij no posibles?

13. La empresa *Ventas S. A.* desea introducirse en un nuevo mercado, para ello después de estudiar la región tiene la posibilidad de abrir almacenes en $O_1, \ldots, O_n$, siendo c_i el costo de abrir un almacén en O_i.
Además desea vender en $D_1, \ldots, D_m$, el costo de vender en D_j desde O_i es u_{ij}.
Formular el problema de la apertura de almacenes y la distribución de los puntos de venta a coste mínimo.

14. Una firma comercial fabrica dos tipos de mermelada. Para la mermelada de fresa utiliza la fruta y el azúcar en proporción de 2 a 3 y para la de manzana en proporción de 1 a 1. Se dispone de 1000 Kg. de fresa, 1500 Kg. de manzana y 3000 Kg. de azúcar. La mermelada se elabora en una caldera y posteriormente embotellada disponiendo de 2 calderas y 2 embotelladoras.

Las horas necesarias para fabricar 1 Kg. de mermelada son:

Caldera	Fresa	Manzana	Embotelladora	Fresa	Manzana
A	0'6	0'9	A	0'01	0'02
B	0'9	0'9	B	0'04	0'03

El número total de horas disponibles es para la caldera A de 1000 y para la B de 5000, para la embotelladora A de 100 horas y para la B de 50 horas. El costo por hora es 8, 4, 90 y 40 para las calderas A y B, y las embotelladoras A y B, respectivamente. Si el precio de venta menos otros costos no mencionados antes, es de 150 pesetas por Kg. de mermelada de fresa y 120 pesetas por Kg. de mermelada de manzana.

Formular el problema de maximizar los beneficios.

15. Una empresa de transportes debe entregar un total de n paquetes, ocupando cada uno de ellos $c_1, \ldots, c_n$ m^3. La carga a entregar debe distribuirse en dos lotes, de forma que el costo de envío es proporcional al mayor de los dos.

Formular el problema de minimizar los costos de envío.

16. Formular el problema: *"Colocar tantas damas como sea posible en un tablero de ajedrez, de forma que ningún par de ellas se amenacen"*, como un problema de programación 0–1.

17. Dado un grafo dirigido con n vértices se consideran las cantidades l_{ij} como las longitudes de los arcos que unen sus vértices.

a) Formúlese el problema de calcular el camino más corto entre los vértices 1 y n.

b) Formúlese el problema de calcular el camino más corto de 1 a n pasando por el vértice k.

18. Una multinacional ha decidido instalar 4 sucursales, sobre 4 de los terrenos que posee en las regiones A, B, C, D, E y F, en los próximos 4 años. Si dos de estas sucursales se instalan en las regiones, A y C la construcción de las instalaciones necesarias debe ser simultánea. Además si el primer año se instala una sucursal en la región B, se debe instalar otra en la región E. Por otra parte, si se decide colocar sucursales en las regiones D y E, las instalaciones deben construirse antes del tercer año. Por último, las instalaciones en las regiones F y B, en caso de llevarse a cabo, no pueden realizarse el mismo año.

Los costes previstos (en millones de pesetas) para la construcción de las instalaciones necesarias para ubicar las 4 sucursales según la región y el año en que ésta se lleve a cabo vienen reflejados en la tabla:

	Coste	Año 1	2	3	4
Regiones	A	150	125	175	150
	B	145	150	200	250
	C	195	200	220	230
	D	140	150	155	160
	E	125	140	180	150
	F	100	125	160	180

La dirección no está dispuesta a invertir el primer año más de 300 millones de pesetas.

Formular el problema de construcción de las instalaciones de las sucursales a menor coste.

19. Un banco va a reestructurar su red de local de comunicaciones. En cierta ciudad dispone n sucursales que deben conectarse a uno de los m puntos de enlace con la red general. Formular el problema de diseño de la red de comunicaciones con menor costo de mantenimiento, si:

- $c_{ij},\ i = 1, \ldots, n,\ j = 1, \ldots, m$ es el costo mensual de mantenimiento de una conexión entre la sucursal i y el punto de enlace j.
- $d_j,\ j = 1, \ldots, m$ costo mensual de mantenimiento del punto de enlace j si está activo.
- Los puntos de enlace inactivos no tienen costo de mantenimiento.

20. Una compañía debe subcontratar la realización de n trabajos, habiendo solicitado presupuesto a m empresas subcontratistas. Sea c_{ij} para $i = 1, \ldots, n$ y para $j = 1, \ldots, m$ el costo unitario de subcontratar el trabajo i con la empresa j.

Por motivos estratégicos la dirección decide establecer contratos con un máximo de 3 empresas subcontratistas. Formular el problema de la elección de las subcontratas a realizar a costo mínimo.

21. Resolver gráficamente los siguientes problemas de programación lineal:

a)
$$\begin{array}{ll} \text{mín} & 2x_1 + x_2 \\ s.a & 5x_1 + 2x_2 \le 10 \\ & 3x_1 + 5x_2 \le 15 \\ & x \ge 0 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{ll} \text{mín} & x_1 + x_2 \\ s.a & x_1 + x_2 \le 1 \\ & 4x_1 + 2x_2 \ge 6 \\ & x \ge 0 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{ll} \text{máx} & 2x_1 + x_2 \\ s.a & x_1 + x_2 \le 2 \\ & -x_1 + x_2 \le 3 \\ & 3x_1 + 2x_2 \le 10 \\ & x \ge 0 \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{ll} \text{máx} & 2x_1 + 5x_2 \\ s.a & x_1 + x_2 \ge 4 \\ & 4x_1 \ge 2 \\ & x \ge 0 \end{array}$$

e) $\max\ -10x_1 + 4x_2$
s.a $x_1 - x_2 \le 2$
$5x_1 - 2x_2 \le 16$
$x \ge 0$

f) $\max\ 4x_1 + x_2$
s.a $x_1 + x_2 \ge 8$
$2x_1 + x_2 \le 20$
$x \ge 0$

g) $\max\ -4x_1 + x_2$
s.a $2x_1 + x_2 \ge 2$
$x_1 - 3x_2 \le 15$
$x_1 + 4x_2 \ge 8$
$x \ge 0$

h) $\max\ x_1 - 2x_2$
s.a $2x_1 + 3x_2 = 8$
$x_1 - x_2 = 2$
$x \ge 0$

i) $\max\ 2x_1 + 5x_2$
s.a $x_1 + 2x_2 \le 16$
$2x_1 + x_2 \le 12$
$x \ge 0$

j) $\min\ x_1 - 2x_2 - 3x_3$
s.a $2x_1 + x_2 + x_3 = 6$
$x_1 + 2x_2 + 4x_3 \ge 12$
$x \ge 0$

22. Una empresa fabrica dos tipos de cinturones A y B. El tipo A es de mejor calidad que el B. Siendo el beneficio neto para A de 2 u.m. y para el tipo B de 1'5 u.m.. El tiempo consumido en la fabricación del tipo A es 2 veces superior al consumido por el tipo B. Y si todos los cinturones fuesen del tipo B la empresa podría fabricar 1000 diarios. El abastecimiento de cuero es suficiente para fabricar 800 cinturones al día del tipo A o del B. Por último, se puede disponer cada día de 400 hebillas del tipo A y 700 del tipo B. Formular el problema de encontrar el plan diario de producción óptimo y resolverlo gráficamente.

23. Utilícese el método del símplex para resolver los problemas

a) $\max\ -x_1 + x_2$
s.a $x_1 - x_2 \le 2$
$x_1 + x_2 \le 6$
$x \ge 0$

b) $\max\ x_1 + x_2$
s.a $-2x_1 + x_2 \le 1$
$x_1 - x_2 \le 1$
$x \ge 0$

Hágase una representación gráfica del problema en el espacio x_1, x_2 e indíquese el camino de los pasos del símplex.

24. Resolver los siguientes problemas

a) $\max\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4$
s.a $x_1 + 3x_2 + x_4 \le 4$
$2x_1 + x_2 \le 3$
$x_2 + 4x_3 + x_4 \le 3$
$x \ge 0$

b) $\min\ -3x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4$
s.a $x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0$
$2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 = 9$
$x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 6$
$x \ge 0$

c) $\max\ 2x_1 - x_2 + x_3$
s.a $x_1 + x_2 - 2x_3 \le 8$
$4x_1 - x_2 + x_3 \ge 2$
$2x_1 + 3x_2 - x_3 \ge 4$
$x \ge 0$

d) $\min\ 2x_1 + 4x_2 - x_3$
s.a $x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 \le 2$
$2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 4$
$x_1 - x_3 + x_4 \ge 3$
$x_1,\ x_2,\ x_4 \ge 0$

e) $\max\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 + 7x_4$
s.a $|2x_1 + 2x_2 - x_3| \le 12$
$|x_1| + x_4 \le 8$
$-x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 \le 15$
$|x_1| \le 5,\ x_3 \le 6$
$x_2,\ x_3,\ x_4 \ge 0$

f) $\min\ (|x_1 + x_2 - 2| + |-x_1 + x_3 + 2| +$
$+|x_1 - 2x_2 + x_3| + |-x_2 + x_3 - 2|)$
s.a $x_1 - x_3 \ge 0$
$x_1 - 4x_2 \ge 0$
$x_2 \ge 0$

25. Dada la siguiente tabla símplex, correspondiente a un problema de minimización con restricciones del tipo $\ge$, $\ge$ y $\le$, respectivamente, que se ha resuelto por el método de la M grande

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	z_1	z_2	
x_1	1	0	$-\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	0	$\frac{2}{5}$	$-\frac{1}{5}$	c
x_2	0	1	$-\frac{3}{10}$	$-\frac{1}{10}$	0	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$	d
s_3	0	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	e
	0	0	a	b	0	–	–	4

a) Calcular B^{-1}.
b) ¿Cómo deben ser a, b, c, d y e para que la tabla sea óptima?
c) Calcular la tabla original.

En los siguientes apartados se supondrá que $c, d, e \ge 0$.

d) Obtener, si procede, una dirección de ilimitación para los siguientes casos:
I) $a > 0$ y $b \le 0$. **II)** $a \le 0$ y $b > 0$.
e) Sea $a = 1$ y $b = 0$ obtener un punto factible con valor objetivo de -200.

26. Determinar el dual de los siguientes problemas:

a) $\max\ 2x_1 + x_2 - x_3$
s.a $3x_1 - x_2 + x_3 = 12$
$x_1 + x_2 + 2x_3 \ge 2$
$2x_1 + 3x_3 \le 8$
$x_1,\ x_2 \ge 0$

b) $\max\ -x_1 - 2x_2 - x_3$
s.a $x_1 + 3x_2 + 2x_3 \ge 6$
$x_1 + x_2 + 5x_3 \ge 9$
$x \ge 0$

c) Resolverlos y obtener las soluciones primales a partir de las tablas óptimas.

27. Resolver mediante el símplex dual

a) $\max\ -x_1 - 2x_2 - x_3$
s.a $2x_1 + x_2 + 2x_3 \ge 6$
$x_1 + 3x_2 + 4x_3 \ge 10$
$x \ge 0$

b) $\min\ 3x_1 + 4x_2 + x_3$
s.a $x_1 + 2x_2 + x_3 \ge 12$
$2x_1 + x_2 + 4x_3 \ge 14$
$x \ge 0$

c) $\min\ 3x_1 + 5x_2 - x_3 + 2x_4 - 4x_5$
s.a $x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 + x_5 \le 6$
$-x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 - x_5 \ge 3$
$x \ge 0$

d) $\max\ 2x_1 + x_2 - x_3$
s.a $x_1 + 2x_2 + x_3 \le 8$
$-x_1 + x_2 - 2x_3 \le 4$
$x \ge 0$

28. Resolver los siguientes problemas:

a)
$$\begin{array}{ll} \text{máx} & 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 \\ s.a & x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 8 \\ & x_1 - x_2 + x_3 \leq 4 \\ & x \geq 0 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{ll} \text{máx} & x_1 + 6x_2 \\ s.a & x_1 + x_2 \geq 2 \\ & x_1 + 3x_2 \leq 3 \\ & x \geq 0 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{ll} \text{mín} & 2x_1 + x_2 - 3x_3 + 5x_4 \\ s.a & x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 \leq 6 \\ & x_1 + x_3 + x_4 \leq 4 \\ & x \geq 0 \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{ll} \text{mín} & 3x_1 - x_2 \\ s.a & x_1 - 3x_2 \geq -3 \\ & 2x_1 + 3x_2 \geq -6 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 8 \\ & 4x_1 - x_2 \leq 16 \end{array}$$

e) Realizar un análisis de sensibilidad en los costos.

f) Realizar un análisis de sensibilidad en el lado derecho.

29. Resolver los siguientes problemas paramétricos

a)
$$\begin{array}{ll} \text{máx} & 3x_1 + (2+t)x_2 \\ s.a & 2x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_1 - 2x_2 \leq 6 \\ & x \geq 0 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{ll} \text{mín} & -3x_1 - 2x_2 \\ s.a & x_1 - 2x_2 \leq 6 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 4 + t \\ & x \geq 0 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{ll} \text{mín} & 3tx_1 + 2(1-t)x_2 - x_3 \\ s.a & x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 5 \\ & 2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 6 \\ & 3x_1 + x_2 + x_3 \leq 7 \\ & x \geq 0 \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{ll} \text{máx} & 2x_1 + x_2 - 3x_3 + 5x_4 \\ s.a & 3x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 8 + 8t \\ & x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 \leq 6 + 4t \\ & 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 \leq 10 + 8t \\ & x_1 + x_3 + x_4 \leq 7 + 8t \\ & x \geq 0 \end{array}$$

30. Una compañía produce dos tipos de radios. El único recurso escaso es la mano de obra. La compañía tiene dos trabajadores, pueden trabajar hasta 40 y 50 horas, con un costo de 5 y 6 unidades la hora, respectivamente. Los precios y necesidades de producción vienen dados en la tabla:

	Radio 1	Radio 2
Precio	25	22
Trabajador 1	1 hora	2 horas
Trabajador 2	2 horas	1 hora
Costo	5	4

a) Establecer el plan óptimo de producción.

b) ¿Para qué precios se mantiene la producción radios tipo 1? ¿Y tipo 2?

c) ¿Qué modificaciones se producirían en el plan de producción si el trabajador 1 pudiese trabajar un máximo de 30 horas?

d) ¿Y si el trabajador 2 pudiese trabajar hasta 10 horas más?

e) La compañía se plantea la producción de un tercer tipo de radio. Las especificaciones son: precio 30, 2 horas de trabajo 1, 2 horas de trabajo 2, costo de producción 3. ¿Deben producirse radios de tipo 3?

31. Un contenedor de 600 m^3 de capacidad puede utilizarse para transportar seis tipos diferentes de mercancía, que producen beneficios de 1, 2, 4, 0, 5 y 6 unidades respectivamente, ocupando 2, 6, 3, 2, 3 y 4 m^3.

Se dispone de un máximo de 100 unidades de cada tipo.

a) Establecer la forma óptima de llenar el contenedor.

b) La nueva normativa establece un embalaje de seguridad, reduciéndose los beneficios de las mercancías 1, 2 y 3 en un 10 %. Utilizar análisis paramétrico para resolver el problema para todas las posibles reducciones de beneficios.

c) El sistema de transporte habitual se encuentra colapsado, debiendo utilizarse camiones de capacidad de carga 15 Tm., para el transporte de los contenedores. Teniendo en cuenta que el peso por unidad es de 0’1, 0’2, 0’2, 0’25, 0’1 y 0’1 Tm., encontrar la nueva solución óptima.

32. Considérese el siguiente problema de programación lineal

$$\begin{array}{ll} \text{máx} & 2x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 \\ s.a. & x_1 + 3x_2 + x_4 \leq 4 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 3 \\ & x_2 + 4x_3 + x_4 \leq 3 \\ & x_4 \geq 1 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{array}$$

a) Resolver el problema.

b) Formular el problema dual.

c) Realizar un análisis de sensibilidad en el coeficiente b_1.

d) Si se añadiese una variable x_5 con costo 10 y coeficientes en las respectivas restricciones de 1, 1, 0, 0. ¿Cuál es la nueva solución?

33. Dado el problema de programación lineal

$$\begin{array}{ll} \text{máx} & x_1 + x_2 + 2x_3 \\ s.a & 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 8 \\ & x_1 - 2x_2 + 2x_3 \leq 10 \\ & x \geq 0 \end{array}$$

a) Formular el problema dual.

b) Resolver el problema por el método del símplex dual.

c) Hacer un análisis de sensibilidad en los costos de la función objetivo.

d) Si cambiamos los costos a $(3/2, 1, 5/2)$ ¿cambia la base óptima?

34. Un empresario desea decidir la cantidad que debe invertir en cada uno de los tres proyectos presentados. Las probabilidades de éxito para cada uno de los proyectos y sus correspondientes rentabilidades vienen dadas por

Proyecto	p(Éxito)	Rentabilidad
1	0.5	81
2	0.1	21
3	0.8	11

El capital a invertir es de 100 millones, además al considerar que los proyectos 1 y 2 son de alto riesgo desea que la inversión total en ellos sea a lo sumo de 50 millones.

a) Calcular la inversión óptima para maximizar el beneficio medio.

b) Formular el problema dual y resolverlo gráficamente.

c) Realizar un análisis de sensibilidad en el lado derecho de las restricciones.

d) ¿Cómo cambiaría el plan de inversión si la inversión máxima en cada uno de ellos fuera de 40?

35. La empresa *Eléctrica del Sur* posee dos tipos de centrales, 3 del primer tipo y 5 del segundo. Las primeras producen 1500 Kw/h y deben funcionar un mínimo de 2 h/día y un máximo de 20 h/día. Su mantenimiento cuesta 0'5 ptas./Kw las dos primeras horas de funcionamiento y 1 pta./Kw los restantes.

Las plantas del segundo tipo producen 2500 Kw/h y deben funcionar al menos 1 hora diaria. El costo de mantenimiento asciende a 1 pta./Kw para la primera hora de funcionamiento y a 0'5 ptas./Kw para los restantes.

a) Encontrar el plan de producción óptimo para 45000 Kw/día. y su costo.

b) Las centrales del segundo tipo tienen un impacto ambiental mayor que las del primero, por ello el gobierno decide imponerles un impuesto inicialmente bajo que irá incrementándose cada año. ¿A cuánto debe ascender dicho impuesto en ptas./Kw para que se modifique el plan de producción?

c) ¿Cuánto podría aumentar la demanda en Kw/día sin modificar las centrales en producción?

36. La siguiente tabla óptima se ha obtenido partiendo de la base formada por las tres variables de holgura.

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	
x_3	0	$-\frac{2}{3}$	1	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{80}{3}$
x_1	1	$\frac{5}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{55}{3}$
s_3	0	$\frac{7}{3}$	0	$\frac{8}{3}$	$-\frac{1}{3}$	1	$\frac{368}{3}$
	0	1	0	2	1	0	100

a) Realizar un análisis de sensibilidad en los costos.

b) Realizar un análisis de sensibilidad paramétrico en el vector de costos en la dirección dada por el vector $\hat{c} = (2, 1, 8)'$.

c) Encontrar una solución óptima cuando el vector de recursos se modifica a $\hat{b} = (30, 40, 90)'$

d) Reconstruir la tabla original.

37. Dado el siguiente problema de programación lineal

$$\begin{array}{ll} \text{máx} & 2x_1 + 6x_2 - 5x_3 + 8x_4 - 5x_5 \\ \text{s.a} & -3x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 6x_4 + x_5 \geq 2 \\ & -4x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 4x_5 \leq 2 \\ & x_1, x_3, x_4, x_5 \geq 0, x_2 \text{ libre} \end{array}$$

a) Sabiendo que la solución óptima del problema dual es $w^* = (-11/6, 1/6)'$ obtener la solución del problema primal aplicando las condiciones de holgura complementaria.

b) Obtener directamente la tabla símplex óptima del problema primal.

c) Realizar un análisis de sensibilidad paramétrico para el vector de costos en la dirección $d = (1, -1, 2, 0, 1)'$

38. Una compañía tiene dos plantas de producción, una en Memphis y otra en Denver, que producen un máximo de 150 y 200 unidades diarias. Debiendo enviar por avión 120 unidades a Los Ángeles y otras 120 a Boston. La compañía piensa que puede resultar más barato enviar los productos vía New York y Chicago. Los costos unitarios son:

	A			
Desde	New York	Chicago	Los Ángeles	Boston
Memphis	8	13	25	28
Denver	15	12	26	25
New York	0	6	14	16
Chicago	6	0	14	16

39. El ordenador de una empresa puede guardar 200 ficheros en disco, 100 ficheros en memoria y 300 en cinta. Los usuarios desean guardar 300 ficheros de texto, 100 ficheros de programas y 100 ficheros de datos. Cada mes un fichero de texto se accede 8 veces, un fichero de programa 4 y un fichero de datos 2 veces. Encontrar la distribución de los ficheros que minimiza el tiempo de acceso, donde los tiempos de acceso vienen dados por:

	Tiempo		
	Texto	Programa	Datos
Disco duro	5	4	4
Memoria	2	1	1
Cinta	10	8	6

40. Una empresa tiene cuatro fábricas que producen el mismo bien, que debe suministrarse a cuatro centros de distribución. Determinar el plan de producción y distribución óptimos.

Fábrica	Capacidad normal	Coste normal	Capacidad urgente	Coste urgente	Costos de Transporte a 1	2	3	4
1	160	4	50	5	3	2	4	1
2	150	3	40	4	2	2	3	4
3	220	3	70	4	2	3	1	2
4	260	2	90	4	4	3	2	2
Demandas					180	200	150	300

41. Un proveedor está contratado para servir un banquete cada tarde durante una semana. Dispone de 200 servilletas nuevas, además puede comprarlas a un costo de 12 unidades. Las servilletas usadas pueden enviarse a un servicio de lavandería, que dispone de dos tipos de servicio, rápido y lento. Las servilletas enviadas al servicio rápido estarán listas al día siguiente, mientras que las enviadas al servicio lento estarán disponibles a los dos días. Siendo los costos unitarios respectivos de 6 y 4 unidades. Las necesidades diarias son de 100, 130, 150, 140, 120, 100, 90. Resolver el problema de suministro a mínimo coste.

42. Una empresa petrolífera produce gas natural en dos plantas, que producen 110 unidades cada una. Las plantas y las ciudades están unidas a través de gaseoductos. Siendo la matriz de distancias la siguiente.

Ciudades	1	2	3
Planta 1	10	7	
Planta 2	8	11	
Ciudad 1			22
Ciudad 2			23

a) Sabiendo que se necesitan 20, 70 y 30 unidades en las ciudades. Encontrar el plan óptimo de distribución, suponiendo que los costos son proporcionales a la distancia.

b) Si el gaseoducto que une la planta 1 con la ciudad 2 sólo soportase 50 unidades, ¿cuál sería el nuevo plan de producción?

43. Una compañía posee secciones de control de calidad en cuatro ciudades. Para la puesta en marcha de un nuevo proyecto es necesario distribuir a los técnicos entre ellas. El número de técnicos necesarios y disponibles, así como los costos de desplazamiento se dan en la siguiente tabla.

	Técnicos Disponibles	Técnicos Requeridos	Costos C. 1	C. 2	C. 3	C. 4
C. 1	13	4	0	80	100	210
C. 2	4	2	145	0	111	110
C. 3	5	1	105	115	0	113
C. 4	1	14	210	117	–	0

a) Resolver el problema del desplazamiento admitiendo que se puede utilizar como punto intermedio del viaje cualquier ciudad.

b) El sindicato de técnicos alega que durante los viajes se deteriora la calidad de vida de los empleados, admitiendo únicamente que 3 de los técnicos tengan que transbordar. Resolver nuevamente el problema.

44. El departamento de producción de una empresa está elaborando el plan de trabajo semanal. Al iniciar la semana dispone de 80 unidades y puede producir un máximo de 100 unidades diarias, con un costo unitario de producción de 20. Las unidades producidas no están disponibles hasta el día siguiente. Las unidades disponibles se pueden almacenar para los sucesivos días con un costo unitario de inventario de 1 por día. Se conocen las demandas en los cinco días siguientes: 50, 90, 100, 140 y 10.

a) Plantear y resolver el problema.

b) Plantear nuevamente el problema si se supone que las unidades no entregadas a final de la semana tienen un valor unitario de 22.

45. Una compañía dispone de 3 factorías A, B y C con una capacidad de 6, 1 y 10 Tm.. El producto debe ser enviado a 4 puntos de venta, X, Y, Z y W con demandas 7, 5, 3 y 2 Tm. respectivamente. Los costos de transporte vienen dados en la tabla siguiente

	X	Y	Z	W
A	2	3	11	7
B	1	0	6	11
C	5	8	15	9

a) Resolver el problema de distribución.

b) Por motivos técnicos cada factoría puede suministrar a un máximo de 2 puntos de venta, resolver nuevamente el problema.

c) Resolver nuevamente el problema suponiendo que cada punto de venta se abastece de un único almacén.

46. Un empresario dispone de 150 u. de materia prima que pueden ser enviadas a 2 plantas para su procesado. La capacidad máxima de procesado de cada planta es de 80 u.. Una vez procesadas pueden ser enviadas a 3 centros de distribución para su venta, hasta un máximo de 60, 50 y 40 u. respectivamente. Los beneficios netos y los costos de procesamiento son:

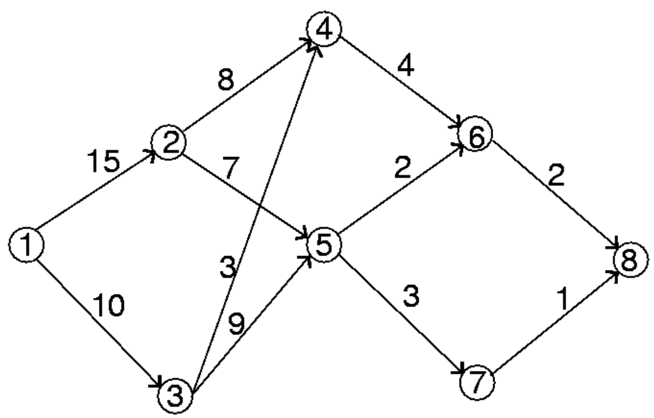
	Beneficios Netos			Costos de
	C1	C2	C3	Procesamiento
P1	4	5	9	1
P2	5	9	7	3

a) Resolver el problema.

b) ¿Cuánto puede aumentar el costo de procesado en la planta 1 sin que sea necesario cambiar de plan de producción?

c) Resolver el problema suponiendo que por motivos logísticos cada centro de distribución sólo puede recibir mercancía de una planta de procesado.

47. El siguiente grafo representa el flujo de piezas para reparación en un taller, las cantidades superpuestas a los arcos representan los costos de procesado en cada uno de los nodos en función del nodo destino. Las capacidades máximas por día de cada nodo son 10, 7, 4, 6, 4, 9, 3 y 10 respectivamente.



a) Resolver el problema de la elección de las trayectorias óptimas de las piezas.

b) Las reparaciones correspondientes al arco 5-7 corresponden a una subcontrata, ¿qué incremento en el precio de dichas reparaciones nos llevarían a cambiar de política?

c) Obtener la nueva solución cuando se elimina el arco 3-4.

48. Una empresa está planificando la inversión en publicidad para el próximo trimestre. Para ello ha clasificado los 10 productos que vende en: desconocidos, conocidos y muy conocidos, resultando una distribución de 3, 6 y 1 respectivamente. Así mismo, la campaña para cada producto puede ser: fuerte, suave o ninguna. Disponiendo de capital suficiente para hacer 2 campañas fuertes y 5 suaves.

Los beneficios esperados según el tipo de campaña y producto son:

		Producto		
		Desconocido	Conocido	Muy Conocido
Campaña	Fuerte	10	25	50
	Suave	5	15	40
	Ninguna	2	1	35

a) Encuentre la política de inversiones que maximice los beneficios.

b) ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar por transformar 1 campaña suave en fuerte?

49. Seis empresas constructoras concurren a concurso público para la construcción de seis edificios. El ministerio decide asignar una obra a cada constructora. Obtener la asignación óptima para la siguiente matriz de costes.

20	30	50	40	60	70
30	10	10	20	10	50
40	30	60	30	50	40
30	20	40	50	20	60
60	70	50	70	60	50
30	40	60	40	50	60

50. Tres profesores deben impartir seis clases, dos cada uno de ellos. Considerando la siguiente matriz de preferencias.

	9 A.M.	10 A. M.	11 A. M.	1 P. M.	2 P. M.	3 P. M.
Profesor 1	5	6	5	7	6	5
Profesor 2	9	8	8	4	4	9
Profesor 3	7	9	6	9	9	6

a) Obtener la asignación más preferida.

b) Encontrar la asignación óptima para ningúnn profesor impartan clases simultáneamente a primera y última hora de la mañana.

51. Una compañía que produce piezas para la construcción de buques, recibe cuatro encargos, disponiendo para su realización de cuatro máquinas. Los tiempos de preparación de las máquinas dependen del trabajo a realizar y vienen recogidos en la tabla.

	Tiempo en horas			
Trabajos	1	2	3	4
Máquina 1	14	5	8	7
Máquina 2	2	12	6	5
Máquina 3	7	8	3	9
Máquina 4	2	4	6	10

a) Encontrar la asignación de trabajos que minimiza el tiempo total de preparación de las máquinas.

b) Si el costo de una hora de preparación de las máquinas 1 y 2 duplica al costo para las máquinas 3 y 4, encontrar la asignación que minimiza el costo total de preparación.

52. Sara, Susana y Sandra tienen una cita para salir con Roberto, Guillermo y Benjamín. A Sara le gusta Roberto dos veces más que Guillermo y el triple que Benjamín. A Susana le gusta Guillermo tres veces más que Roberto y cinco veces más que Benjamín. A Sandra le gusta Roberto tanto como Guillermo, pero ambos le gustan cinco veces más que Benjamín.

a) ¿Cómo se pueden formar las parejas de tal forma que, en conjunto, las chicas sean tan felices como sea posible?

b) Si una de las chicas piensa quedarse en casa, ¿cuál debe ser? ¿qué chico perdería?

53. El departamento de control de calidad de una empresa detecta para sus seis trabajadores sobre seis tipos de productos manufacturados el número medio de defectos por producto que aparecen en la tabla.

a) Asignar los trabajadores al control de los productos de manera que se minimice el número total medio de defectos.

b) Si se suspendiese la producción del producto F que trabajador se quedaría sin trabajo.

	A	B	C	D	E	F
1	3	5	8	3	9	6
2	4	7	3	2	1	5
3	8	9	3	2	0	5
4	6	2	7	3	1	4
5	5	6	5	4	3	7
6	2	1	3	8	5	4

54. Una cadena de montaje debe producir diariamente tres modelos de lavadora. El costo de iniciar la producción de un modelo depende del modelo que se estuviera produciendo anteriormente, viniendo los costos recogidos en la tabla:

		1	2	3	Modelo siguiente
	Ninguno	5	9	4	
Modelo previo	1		1	3	
	2	4		3	
	3	3	4		

a) Encontrar el orden de producción que minimiza los costos.

b) Resolver nuevamente el problema suponiendo que la producción es ininterrumpida.

55. La empresa *Análisis S.A.* posee dos laboratorios, donde se analizan las muestras tomadas en 9 estaciones. Los costos de envío de las muestras son proporcionales a las distancias, dichas distancias vienen dadas en la siguiente tabla

Centro	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Laboratorio 1	8	1	1	5	1	7	6	8	5
Laboratorio 2	3	5	1	7	6	8	9	9	4

a) Encontrar el plan de envío óptimo de las muestras a los laboratorios, suponiendo que cada uno de ellos admite un máximo de 5 muestras.

b) Resolver nuevamente el problema aplicando el algoritmo húngaro.

56. Una empresa de mantenimiento de instalaciones tiene previsto realizar la próxima semana visita mensual a 3 centros. Se estima que el número de horas necesarias para cada una de las visitas es de 60, 45, 50. Se dispone de 4 técnicos con una jornada semanal efectiva de 30 horas cada uno. El coste de las visitas depende del técnico y el centro a visitas, siendo el coste por hora el siguiente:

	C1	C2	C3
T1	5	4	4
T2	2	1	1
T3	0	8	6
T4	2	6	3

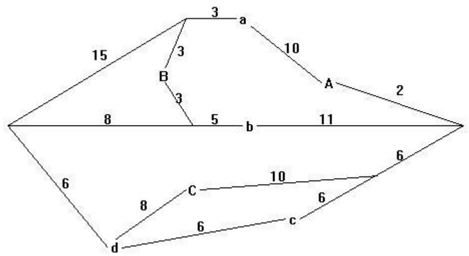
Los técnicos deben realizar horas extras hasta que se acabe el trabajo, el coste de una hora extra es el doble que el de una normal.

a) Resolver el problema a mínimo coste, suponiendo que el número de horas extras que puede trabajar un técnico es ilimitado.

b) Plantear el problema suponiendo que el número máximo de horas extra a la semana por técnico es de 10.

c) Resolver el problema suponiendo que debe asignarse un único técnico a cada centro.

57. El siguiente grafo representa una red ferroviaria



Los puntos a, b, c y d, representan minas de carbón y A, B y C representan los hornos de carbón de una acería.

Las distancias en kilómetros desde otros puntos a los nudos del grafo y desde un nudo hasta el siguiente son las que figuran indicadas en el grafo. Las minas pueden suministrar 3000, 2000, 8000 y 3000 toneladas mensuales y las necesidades de los hornos de carbón son 2000, 4000 y 6000 respectivamente.

Si el transporte supone 10 pesetas por kilómetro y tonelada, indíquese la distribución óptima del carbón desde las minas hasta los hornos que minimiza el coste mensual.

58. Una empresa que dispone de dos plantas de fabricación diferentes sirve un determinado producto a dos clientes. Las necesidades de ambos clientes en los dos próximos meses y el coste de enviar una unidad de cada una de las plantas a cada uno de los consumidores vienen dados en las tablas siguientes

Necesidades	M. 1	M. 2
C. 1	420	550
C. 2	350	480

Costes	P. 1	P. 2
C. 1	10	12
C. 2	13	6

Los costes de producción de cada unidad, así como la capacidad de producción de cada una de las plantas para los dos meses considerados son:

	C. de Producción		Capacidad	
	M. 1	M. 2	M. 1	M. 2
P. 1	3	3'6	500	600
P. 2	3'2	2'9	300	500

Es posible fabricar unidades durante un mes, almacenarlas y enviarlas al mes siguiente. Los costos de almacenamiento mensuales son de 0'5 en la Planta 1 y 0'6 en la Planta 2.

a) Formular el problema de producción y distribución a coste mínimo.

b) Encontrar la producción y la distribución óptima de cada planta.

59. La siguiente matriz representa las distancias entre las ciudades dadas.

	A	B	C	D
A		6	2	6
B	7		4	9
C	5	3		8
D	8	1	5	

a) Encontrar la forma más económica de enviar, contabilizando costos de ida y vuelta, un técnico a B, otro a C y otro a D desde A, admitiendo transbordos.

b) Resolver nuevamente el problema suponiendo que un único técnico debe visitar las tres ciudades.

60. Una compañía panificadora puede producir un pan especial en cualquiera de sus dos plantas, en la siguiente forma:

Planta	Capacidad	Coste Unitario
A	2500	23
B	2100	25

Cuatro cadenas de restaurantes desean adquirir este pan, sus demandas y los precios que se desean pagar son los siguientes:

Cadena	Demanda	Precio Unitario
1	1800	39
2	2300	37
3	550	40
4	1750	36

El costo de embarcar una hogaza de una planta a un restaurante se da en la siguiente tabla:

	1	2	3	4
A	6	8	11	9
B	12	6	8	5

Determínese el plan de entregas para la compañía panificadora, maximizando su ganancia total en este tipo de pan.

61. Una agencia de alquiler de vehículos tiene exceso de ellos en unas ciudades y escasez en otras. En particular, las ciudades 1 y 2 tienen una demasía de 15 y 12 coches, respectivamente. Que deben ser redistribuidos entre las restantes ciudades a partes iguales. Los vehículos pueden embarcarse directamente o utilizando otras ciudades como puntos intermedios, si los costos de embarque son:

Ciudades	1	2	3	4	5
1		7	12	25	65
2	7		22	25	75
3	12	22		17	28
4	26	25	17		15
5	65	75	28	15	

Resolver el problema de distribución a mínimo coste.

62. En la ciudad de Busville hay tres distritos escolares. El número de estudiantes negros y blancos en cada distrito, así como las distancias entre ellos, se muestra en la tabla. El ayuntamiento requiere que la escuelas estén racialmente equilibradas. Cada escuela debe tener 300 estudiantes, exactamente, y todas deben tener el mismo número de estudiantes negros.

Formular y resolver el problema de distribución de los estudiantes de tal forma que se minimice la distancia total viajada.

	Estudiantes		Distancias	
	Blancos	Negros	D. 2	D. 3
D. 1	210	120	3	5
D. 2	210	30		4
D. 3	180	150		

63. Se desea alimentar de carbón cuatro centrales térmicas desde tres minas. Las minas producen 750, 350 y 400 carbón a un costo de 10, 15 y 20. Las centrales deben producir 100, 150, 300 y 200. Por cada unidad de carbón se producen 1/2, 1/2, 1/3 y 1/4 unidades de potencia en las respectivas centrales. Los costos unitarios de transporte del carbón a las centrales son

	C1	C2	C3	C4
M1	4	3	2	1
M2	3	5	6	2
M3	6	4	3	3

a) Resolver el problema de producción.

b) Resolver el problema suponiendo que cada mina debe asignarse a una única central.

64. Una sociedad siderúrgica dispone de tres cadenas de laminadoras A, B y C. Se pueden utilizar estas cadenas de laminadoras con vistas a producir láminas de espesores 0'4, 0'5, 0'6 y 0'7 mm.. Los costos de fabricación por tonelada son

Lámina	0'4	0'5	0'6	0'7
Cadena A	60	50	50	45
Cadena B	80	70	75	70
Cadena C		60	60	

Los tiempos de fabricación por tonelada y las horas mensuales disponibles son

Lámina	0'4	0'5	0'6	0'7	horas/mes
Cadena A	2/10	3/10	3/10	1/4	600
Cadena B	2/5	3/5	7/10	3/5	540
Cadena C		1/2	2/5		360

Las demandas mensuales a satisfacer son 500, 1200, 1500 y 300 Tm., de láminas de grosor 0'4, 0'5, 0'6 y 0'7, respectivamente.

a) Resolver el problema de producción a mínimo costo.

b) Realizar un análisis de sensibilidad en el vector de costos.

65. El director de los servicios de acceso de una universidad está planificando la asignación de profesores a los distintos centros donde se realizarán las pruebas de selectividad. Cada profesor debe asistir al centro de destino un total de cuatro mañanas y una tarde, con un total de ocho desplazamientos y una dieta, (la dieta únicamente se paga en caso de asignación a una localidad distinta a la de trabajo). Además, los profesores deben asistir a una reunión de coordinación en la sede central. Los costos de desplazamiento son 24 pesetas por kilómetro y la dieta de 4000 pesetas.

Las distancias entre las distintas sedes y el número de profesores, tanto necesarios como disponibles, vienen recogidos en la siguiente tabla

Sede	Central	A	B	C	Prof. Dis.
Central	0	150	5	27	40
A	150	0	143	162	20
B	5	143	0	32	40
Prof. Nec.	21	28	15	18	

Resolver el problema de planificación a mínimo coste.

Nota: Los datos son ficticios.

66. Una empresa de reparto de pizzas a domicilio posee tres sucursales en una zona urbana, cuyas calles son paralelas y perpendiculares. Las pizzerias se encuentran localizadas en las coordenadas $(0,0)$, $(3,16)$ y $(18,2)$, disponiendo de una flota de 5, 22 y 41 motocicletas, respectivamente. Mensualmente las motocicletas deben acudir a un taller para ser revisadas. Los talleres se encuentran situados en las coordenadas $(0,5)$, $(15,10)$ y $(5,15)$, con una capacidad máxima de 25 motocicletas cada uno.

a) Calcular el plan que minimiza la distancia total recorrida por las motocicletas.

b) Se decide contratar camiones con capacidad para 25 motocicletas, calcular el plan que minimiza la distancia recorrida por los camiones.

67. Dada la matriz de costes siguiente

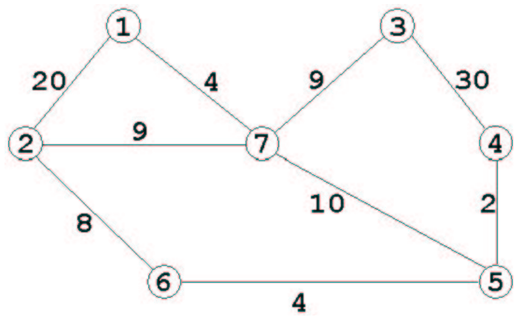
$$\begin{array}{cccc} 5 & 6 & 2 & 1 \\ 4 & 7 & 10 & 3 \\ 8 & 8 & 7 & 10 \\ 5 & 6 & 6 & 9 \end{array}$$

a) Resolver el problema de transporte, a coste mínimo, para ofertas 5, 7, 2, 2 y demandas 7, 5, 8, 2.

b) Por motivos técnicos los orígenes 1 y 3 no pueden servir simultáneamente al destino 3, resolver nuevamente el problema partiendo de la tabla anterior.

c) Resolver el problema de asignación para la matriz de costos dada.

68. La figura dada representa una red de oleoducto. Los diferentes nodos representan estaciones de bombeo y/o de recepción. Las longitudes en Kilómetros de los diversos segmentos de la red se muestran en los arcos respectivos. Las estaciones de origen son 1 y 3, con una capacidad de bombeo de 50.000 y 60.000 m^3, respectivamente. Las estaciones receptoras son 5 y 6, con una demanda de 90.000 y 20.000 m^3, respectivamente.



a) Resolver el problema a mínimo coste, suponiendo que este es proporcional a la longitud recorrida.

b) La estación número 7 está fuera de servicio, plantear el problema nuevamente, admitiendo que la estación 4 puede utilizarse como transbordo.

69. Una empresa de ventas está planificando la próxima visita de dos de sus vendedores. La ruta de cada uno de ellos debe empezar y terminar en la ciudad donde residen, C_1. Las rutas deben diseñarse de tal forma, que todas las ciudades sean visitadas por alguno de los vendedores. Los costos de viaje son proporcionales a las distancias, viniendo éstas dadas en la siguiente tabla:

	C_1	C_2	C_3	C_4
C_1	0	7	3	8
C_2	6	0	4	9
C_3	11	4	0	13
C_4	7	9	9	0

a) ¿Cuál es el diseño óptimo de las rutas?

b) ¿Cuál sería el nuevo plan si se permite la posibilidad de que un vendedor no viaje?

70. Una confederación hidrográfica está haciendo la planificación de los recursos hídricos para el próximo año. Las demandas por trimestre son 40, 50, 70 y 60 unidades de volumen. Se estima que la disponibilidad de agua en el pantano durante el próximo año es de 175 u.v., pudiendo disponerse de estas reservas en cualquier momento. Además, existen otras dos fuentes de agua, agua de transbase y de subsuelo, el transbase tiene una capacidad anual de 40 u.v., pudiendo extraerse del subsuelo un máximo de 10 u.v..

Los costes de extracción y distribución son

Trimestre	1	2	3	4
Pantano	2	2	2	2
Transbase	7	8	12	5
Subsuelo	10	12	14	11

a) Resolver el problema de planificación.

b) Los dirigentes de la confederación observan que la planificación sería más real si se tuviera en cuenta la disponibilidad en cada trimestre de agua. Los aportes netos al pantano en cada trimestre se estiman en 80, 30, 5 y 60 u.v.. Además el transbase posee una capacidad máxima de 10 u.v. por trimestre. Formular este nuevo problema.

c) Formular nuevamente el problema considerando que el agua del transbase y del subsuelo se puede verter previamente al pantano con costos iguales a la mitad de los anteriores.

71. Un fabricante de papel posee tres plantas, en las cuales produce papel de cuatro calidades. Los costos unitarios de producción son:

	Planta			
Calidad	1	2	3	Demanda
Extra	3	6	8	110
Alta	2	4	7	100
Media	2	3	6	105
Baja	1	2	3	120
Capacidad	100	120	110	

a) Resolver el problema de producción a mínimo coste.

b) Debido a la insuficiente capacidad de las plantas se decide hacer doble turno, duplicándose el costo de producción. Formular este nuevo problema si el doble turno sólo debe producir cuando la capacidad del primer turno esté agotada.

c) Se decide producir un único tipo de papel en cada una de las plantas, atendiendo la mayor demanda posible. Resolver este problema.

72. Una empresa de transporte de mercancías peligrosas operan en una región con 5 ciudades, recogiéndose las distancias por carretera entre ellas en la siguiente tabla.

	Destinos			
Orígenes	B	C	D	E
A	3	7	2	9
B		8	8	6
C	2		2	9
D	9	5		2

a) La empresa debe enviar 20 camiones desde una planta química en la ciudad A a una central de tratamiento en E, pero con objeto de limitar el riesgo asumido por cada ciudad se decide que el número máximo de camiones que deben pasar por las ciudades intermedias es de 7. Resolver el problema.

b) Una camión, con base en A, debe realizar la recogida de material biocontaminante en todos los centros sanitarios de la zona, para su entrega en la planta de tratamiento en E. Calcular la ruta de ida y vuelta.

73. Una compañía con dos sucursales, está planificando las compras a realizar en el próximo año de cierto producto. Dicho producto puede ser adquirido a dos proveedores. Los costos de transporte, según proveedor y sucursal son:

	S1	S2
P1	7	6
P2	4	6

Las necesidades, capacidades y costos de producción según el semestre están recogidos en la siguiente tabla.

		Semestre	
		1	2
Necesidades	S1	20	30
	S2	30	40
Capacidades	P1	40	50
	P2	35	45
Costos de producción	P1	5	8
	P2	7	4

Admitiendo que el producto puede comprarse previamente sin costo adicional.

a) Resolver el problema de adquisición a mínimo coste.

b) Resolver nuevamente el problema suponiendo que las necesidades de cada sucursal en cada semestre deben satisfacerse desde un único proveedor.

74. Una empresa se dedica a organizar recorridos turísticos en una ciudad. Los turistas demandantes de circuitos se dividen en tres tipos en función del tipo de contrato. Así mismo, los recorridos se organizan a su vez en tres tipos según su duración.
La siguiente tabla recoge los beneficios medios según el tipo de contrato y recorrido elegido, el número de turistas que solicitan algún circuito y el número máximo de circuitos que la agencia puede organizar según el tipo:

	R1	R2	R3	N. Turistas
C1	16	19	10	10
C2	12	8	0	11
C3	10	6	16	12
N. Circuitos	10	12	15	

a) Obtener la solución óptima del problema y la ganancia media.

b) Por motivos políticos el ayuntamiento está dispuesto a subvencionar el recorrido 3 para los turistas con contrato de tipo 2. ¿Cuánto debería pagar el ayuntamiento para que usar dicho recorrido fuera rentable para la empresa?

c) Por motivos de imagen la dirección de la empresa decide ofertar un único recorrido en función del tipo de contrato, ¿qué oferta de recorridos debería hacerse?

75. Dado siguiente tabla de costos unitarios de envío

	Destino			
Origen	1	2	3	Oferta
1	13	12	10	25
2	10	9	6	5
3	10	M	6	10
4	5	8	4	20
Demanda	15	20	30	

a) Resolver el problema de transporte a mínimo coste admitiendo que el origen 1 y el destino 2 pueden usarse como nodos de transbordo.

b) Si los costos de envío desde el origen 2 pasan a ser $(10+3t, 9+2t, 6+t)$ donde t viene medido en años. ¿Cuándo es necesario cambiar de política?

c) Resolver el problema de asignación para la matriz de costos anterior.

76. La empresa propietaria de un inmueble desea arrendar las oficinas libres. Tras un proceso de subasta ha recibido las siguientes las ofertas.

		Ofertas A	B	C	Disponibles
Oficinas	150 m^2	13	6	26	2
	100 m^2	8	6	16	3
	50 m^2	1	3	9	1
	Demandas	2	3	4	

a) ¿Cuál es la asignación que maximiza los beneficios?

b) Resolver nuevamente el problema suponiendo que cada empresa ofertante requiriese una única oficina.

77. Una empresa posee tres plantas de producción y cuatro clientes. La siguiente tabla muestra los datos relevantes:

	C1	C2	C3	C4	Clientes	
	13	8	13	11	Precio de venta	
	25	50	25	75	Demandas	
Plantas	Costos de Transporte				Costo	Ofertas
P1	4	8	4	9	6	25
P2	3	1	2	2	2	50
P3	7	3	2	2	8	25

a) Resolver el problema con el objetivo de maximizar beneficios.

b) Teniendo en cuenta que las ofertas y demandas son múltiplos de 25, resolver el problema formulándolo como un problema de asignación con 7 filas y 7 columnas.

78. El departamento de recursos humanos está organizando la próxima ronda de entrevistas. Las ofertas disponibles provienen de agencias de contratación que cobran comisión. Además la empresa dispone de tres entrevistadores. Los costos de cada entrevista y las comisiones cobradas por las agencias se muestran en la siguiente tabla.

	Entrevistador			Comisión	Trabajadores
Agencia	1	2	3	Agencia	Disponibles
1	18	104	60	4	3
2	56	52	21	7	5
3	33	57	66	5	3
Entrevistas	3	5	2		

a) Resolver el problema de planificación a mínimo costo.

b) La empresa contratante ha alcanzado un acuerdo con la agencia 2 y el entrevistador 2, para que las entrevistas se realicen en la misma agencia a coste fijo. Resolver el restante problema de planificación como un problema de asignación.

79. Tres técnicos de control de calidad deben repartirse los puntos donde deben tomar muestras. Los puntos de control se dividen en tres tipos y los costos de muestreo en función del técnico son

	Tipo A	Tipo B	Tipo C	Capacidad
Técnico 1	8	6	5	10
Técnico 2	9	8	7	10
Técnico 3	7	9	10	10
N^o de puntos	7	8	9	

a) Encontrar el plan de inspección con menor coste.

b) Por motivos de salud el técnico 1 debe reducir el número de puntos a inspeccionar a 5, se ha contratado un nuevo técnico para suplir esta disminución de capacidad, con costos 8, 6 y 9, para los respectivos tipos. ¿Cuál debe ser el nuevo plan de inspección?

c) Si fuera necesario especializar a cada técnico en un tipo de inspección ¿cuál sería el nuevo plan?.

80. Una empresa consultora debe resolver varios problemas que requieren un gran tiempo de cálculo, para lo cual dispone de tres ordenadores de gran capacidad. La siguiente tabla muestra los tiempos de cálculo (expresados en días) necesarios para la resolución de dichos problemas.

		Ordenador A	B	C	Problemas a resolver
Tipo	1	4	6	8	2
de	2	8	6	7	3
problema	3	1	3	9	3
Capacidad		4	2	3	

a) Encontrar la solución que hace mínima la carga de trabajo total.

b) Resolver el problema usando el algoritmo húngaro de asignación.

c) Durante el proceso de planificación la empresa recibe el encargo de resolver un nuevo problema, con tiempos de cómputo respectivos de 8, 6 y 9. Encontrar la nueva solución basándose en la obtenida anteriormente.

81. Una empresa petrolífera desea realizar un estudio prospectivo en cuatro zonas de una región. Para ello se han preseleccionado los puntos de sondeo en cada una de las zonas. Además, se dispone de dos técnicas distintas. El número máximo de puntos de sondeo, en función de la técnica a usar, los costos del estudio y el número de puntos preseleccionados en cada zona se muestran en la siguiente tabla.

	Zona				Capacidad
	1	2	3	4	
Técnica 1	2	1	8	5	4
Técnica 2	4	5	3	6	6
Puntos	2	4	3	2	

a) Encontrar los puntos de sondeo que hacen mínimos los costos de prospección.

b) El país donde se encuentra ubicada la zona 2 ha introducido un nuevo impuesto que grava cada uno de los estudios que se realicen. ¿Cuál sería el valor máximo de dicho impuesto que permitiría mantener la política?

c) La dirección de la empresa ha decidido estudiar dos puntos en cada zona. Encontrar la nueva política usando el algoritmo húngaro de asignación.

82. Una empresa conservera posee dos puntos de recolección, $R1$ y $R2$, en los que dispone de un máximo de 350 y 450 Tm de tomates. Los tomates son enviados a las plantas de envasado $P1$ y $P2$, con capacidades para 300 y 400 Tm, respectivamente. El tomate envasado puede enviarse a los mercados $M1$ y $M2$, con una demanda de 250 y 450 Tm, y precios respectivos de 15 y 17.

Los costos de transporte (incluidos los de procesamiento) vienen dados por:

	$P1$	$P2$
$R1$	5	4
$R2$	1	2

	$M1$	$M2$
$P1$	1	2
$P2$	5	4

a) Encontrar el plan de envasado y venta óptimos.

b) ¿Qué aumento del precio de venta del tomate en el mercado $M1$ provocaría un cambio de política?

c) La empresa ha decidido enviar un inspector a cada uno de los puntos de recolección y envasado. Los costos de envío para cada uno de los 5 inspectores disponibles son:

	$R1$	$R2$	$P1$	$P2$
$I1$	4	3	9	3
$I2$	6	9	4	9
$I3$	7	4	7	5
$I4$	3	10	10	3
$I5$	2	7	4	6

Encontrar la adjudicación de los técnicos que minimiza el costo.

83. Una empresa planificando la distribución interna de proyectos a equipos de trabajo, los tiempos de realización para cada tipo de proyecto por cada uno de los equipos, las capacidades de los equipos y el número de proyectos a repartir, vienen dados en la tabla siguiente.

	Equipo			N. de
Tipo	E1	E2	E3	proyectos
T1	2	3	2	8
T2	3	4	2	4
T3	4	6	3	7
Capacidad	9	3	3	

a) Encontrar la distribución de proyectos que minimiza el tiempo total de ejecución.

b) Una nueva normativa incrementa el tiempo necesario para la realización de los proyectos tipo 1 en un 25 % y de los proyectos tipo 2 en un 33 %. Partiendo de la solución anterior, encontrar la nueva distribución de proyectos.

c) Para aumentar la eficacia en la ejecución se decide adjudicar los proyectos en grupos de tres, los grupos están formados por proyectos de un mismo tipo. Convertir el problema en un problema de asignación y resolverlo por el método húngaro.

84. La filial española de *Bird Computer* recibe ordenadores en su almacén central, desde donde debe distribuirlos a sus restantes puntos de venta.

La siguiente matriz recoge los costos de transporte entre los distintos puntos, así como las necesidades en cada uno de los puntos de venta.

	Almacén				Necesidades
	C	1	2	3	(en miles)
C	0	8	6	7	10
1	8	0	7	5	15
2	6	7	0	6	12
3	7	5	6	0	8

El almacén central puede recibir una cantidad ilimitada de ordenadores. Además, los ordenadores pueden enviarse indirectamente, usando para ello otros puntos de venta como puntos intermedios.

a) Resolver el problema de distribución a mínimo costo.

b) Un supervisor debe visitar semanalmente todos los puntos de venta, partiendo desde el almacén central y regresando a él. Encontrar el plan de visitas semanal que minimiza la distancia total recorrida.

85. Una empresa de recogida de material biocontaminante debe recoger semanalmente 5, 6, 7 Tm de las ciudades A, B y C, para transferirlos a la planta de procesado, con capacidad suficiente, en la ciudad P. La recogida puede realizarse utilizando puntos intermedios, pero por motivos de seguridad, ninguna ciudad permite el paso por ella de más de 10 Tm semanales.

La siguiente tabla muestra la matriz de costos unitarios para los distintos trayectos:

	A	B	C	P
A	0	5	7	2
B	5	0	4	7
C	7	4	0	2
P	2	7	2	0

a) Resolver el problema a mínimo coste.

b) Las ciudades descontentas con el actual sistema de recogida deciden crear un impuesto que grava al material biocontaminante que pasa por ellas, los impuestos son 2, 3 y 4, para las ciudades A, B y C, respectivamente.

c) Admitiendo que los residuos deben transferirse directamente desde las ciudades a la planta de procesado, resolver el problema reduciéndolo a un problema de asignación.

86. Un equipo de 3 técnicos debe estudiar la viabilidad de 25 proyectos. El responsable del área desea distribuir los proyectos en función de la capacidad y de la idoneidad de los técnicos para la evaluación de los proyectos. La siguiente tabla muestra los proyectos clasificados en tres grupos y las idoneidades

	Técnico 1	Técnico 2	Técnico 3	Nº de proyectos
Proy. Tipo 1	6	5	11	7
Proy. Tipo 2	11	2	6	2
Proy. Tipo 3	2	10	10	16
Capacidad	7	9	9	

a) Encontrar la distribución de proyectos que maximiza la idoneidad.

b) ¿Cómo cambiaría la solución si el técnico 3 sólo pudiese evaluar 7 proyectos? (**Nota:** No es necesario resolver el problema desde el principio.)

c) Suponiendo que cada técnico evalúa un único proyecto y que sólo existe un proyecto de cada tipo, ¿cuál debe ser la distribución de proyectos?

d) Suponiendo que cada técnico evalúa un único proyecto, pero admitiendo que los proyectos evaluados pueden ser del mismo tipo, ¿cuál debe ser la distribución de proyectos?

87. Una empresa está implantado un nuevo sistema de control de calidad. Para ello en cada una de sus plantas de producción deben recogerse muestras para su análisis en el laboratorio. El número de piezas a recoger, así como las distancias se recogen en la tabla siguiente:

	P1	P2	P3	P4	Lab.	N. Piezas
P1		3	2			2
P2	4		8	10	2	3
P3	3	5		7	4	5
P4		11	8		2	4

a) Suponiendo que los costos unitarios de transporte son proporcionales a las distancias de viaje y que se puede utilizar cualquier punto intermedio como punto de transbordo, encontrar el plan óptimo de recogida.

b) La entrada en vigor de un peaje en el tramo P1 a P2, ¿cuándo afectaría al plan de recogida?

c) Resolver nuevamente el problema suponiendo que la recogida se efectúa por un único vehículo.

88. El departamento de análisis de aguas de una ciudad está planificando la próxima campaña. Se dispone de tres laboratorios aptos para los análisis deseados. La ciudad se ha dividido en tres zonas de recogidas de muestras. La siguiente tabla recoge el número de tomas necesarios en cada zona de muestreo, el número de análisis que puede realizar cada laboratorio y los costes de envío y análisis de las muestras.

	Lab. A	Lab. B	Lab. C	Nº de puntos
Zona 1	8	6	5	8
Zona 2	9	8	7	12
Zona 3	7	9	10	10
Capacidad	10	11	12	
C. Análisis	5	3	8	

a) Encontrar el plan de menor coste.

b) ¿Qué aumento en el coste de los análisis en el laboratorio A nos llevaría a cambiar de plan.

c) Si fuera necesario asignar cada laboratoria a una única zona, (aumentando la capacidad de los laboratorios si fuese necesario). ¿Cuál sería el nuevo plan?.

89. Una planta de producción de adornos navideños ha recibido peticiones para las próximas seis semanas. La empresa dispone en inventario de 100 lotes. Los costes de producción de los lotes dependen de la semana en que se fabrican. Si se utiliza el envío normal un lote necesita un total de dos semanas para entregarse, una de producción y otra de entrega, siendo 2 u.m. el costo unitario de envío. Si se utiliza el envío urgente, el periodo de producción y entrega puede reducirse a una semana, siendo en este caso el costo unitario de envío de 3 u.m. Al tratarse de una planificación a corto plazo no se consideran los costos de inventario. Además la empresa puede subcontratar los lotes a un precio unitario, que incluye el transporte, de 45 u.m..

Semana	1	2	3	4	5	6
Demandas	50	80	100	120	90	50
Capacidad de Producción	100	100	100	80	80	80
Costes de Producción	25	30	40	45	25	29

a) Resuelvase el problema de planificación a mínimo costo.

b) ¿Cuántopodría la empresa subcontratista aumentar los precios sin que fuera necesario un cambio de política?

90. Un laboratorio realiza un estudio sobre contaminación acústica en una determinada ciudad. Los puntos de medición se han distribuido en tres zonas. Además se realizan tres tipos distintos de mediciones. Los datos se recogen en la siguiente tabla:

	Zona			
Tipo de medición	Z1	Z2	Z3	Capacidad
M1	17	28	6	12
M2	19	50	8	28
M3	14	30	7	27
Número de puntos de medición	10	25	15	

a) Encontrar el plan de medición que minimiza el costo total.

b) ¿Cuánto podría disminuir el mayor de los costos unitarios sin cambiar de solución?.

c) La empresa estima que utilizando un único tipo de medición en cada zona los costos se reducen en un 10 %. Obtener el nuevo plan de medición. (**Nota:** La empresa está obligada a realizar todas las mediciones.)

91. Una imprenta ha recibido el encargo de realizar la impresión de tres libros durante el próximo mes. Para ello dispone de tres máquinas. Los costos de impresión unitarios, las capacidades de las máquinas y los ejemplares requeridos de cada libro se muestran en la siguiente tabla.

	Libro			
Máquina	L_1	L_2	L_3	Capacidad
M_1	17	28	6	3000
M_2	19	50	8	4000
M_3	14	30	7	3500
Ejemplares	2500	3500	2000	

a) Resolver el problema de planificación.

b) Antes de comenzar la impresión la máquina M_3 ha dejado de funcionar, debiendo ser reemplazada provisionalmente por otra con costos 15, 28 y 10, respectivamente. Encontrar la solución al nuevo problema.

c) Debido a las diferentes prestaciones de las máquinas, el cliente ha obligado a que cada libro se imprima en una única máquina. Teniendo en cuenta que el costo de imprimir ejemplares se duplica cuando se supera la capacidad de la máquina, resolver el nuevo problema de planificación.

92. Una empresa con sede en la ciudad Zeftcha debe enviar 12 piezas para ser sometidas a inspección en la ciudad de Chenovia. Para lo que dispone de diversas rutas alternativas. Por motivos de seguridad cada pieza se envía por separado y el número máximo de piezas que debe pasar por cada ciudad es de 5.

La tabla siguiente muestra los costos de envío entre las ciudades:

	Jesabú	Crami	Aduso	Chenovia
Zeftcha	1	3	10	
Jesabú		3	1	1
Crami	3		1	8
Aduso	1	1		4

a) Encontrar la política óptima de envío. ¿Cuál es su costo total?

b) En la ruta Jesabú–Chenovia el puente que cruzaba el río Flujami ha sido cortado al tráfico, la ruta alternativa tiene un costo asociado de 6. Encontrar la nueva política óptima.

c) Transcurrido un año desde que comenzaran los envíos sin que se registrase ningún incidente se decide empaquetar las piezas en lotes de 4, limitando a 2 el número de paquetes que pueden pasar por cada ciudad. Resolver el nuevo problema como un problema de asignación.

93. Las tres centrales nucleares existentes en cierto país producirán, durante cierto periodo, 5, 7 y 8 Tm, respectivamente, de residuos nucleares. Dichos residuos deben ser transportados a alguna de las dos plantas de reciclados disponibles, con capacidad para procesar 10 y 15 Tm, respectivamente. La siguiente tabla muestra los costos de transporte por tonelada entre los diferentes puntos.

	CN2	CN3	PR1	PR2
CN1	33	50		46
CN2		63	57	31
CN3	55		20	47

a) Encontrar el plan óptimo de transporte de los residuos.

b) El gobierno se plantea construir un puente que permita la comunicación directa entre la central nuclear 1 y la planta de reciclado 1. ¿A partir de que costo unitario de transporte, para dicho tramo, la construcción del citado puente no supondría ningún ahorro en el transporte de los residuos?

c) Una nueva legislación obliga a transportar los residuos en contenedores de 5 Tm, que se precintan en origen. El costo de envío de un contenedor entre dos puntos es el doble de los costos reflejados en la tabla anterior. Encontrar el nuevo plan óptimo de envío.

94. Una empresa de implantación nacional está preparando su campaña publicitaria navideña. Para ello va a repartir folletos en aquellas ciudades en las que quiere mejorar su posición. Las imprentas tienen una capacidad (en miles de folletos) de 110, 80 y 90, siendo los costos de impresión por millar de 12, 9 y 10 €. Las necesidades en cada una de las ciudades son (en millares) 60, 50, 40 y 40 respectivamente.

La siguiente tabla muestra las distancias entre los diferentes puntos implicados, siendo el costo de tranposte de 1€ por millar y Km.

	I. 1	I. 2	I. 3	C. 1	C. 2	C. 3	C. 4
Imprenta 1		8	3	9	5	1	5
Imprenta 2	2		1	2	1	2	12
Imprenta 3	7	4		7	4	4	6
Ciudad 1	9	2	2		10	6	6
Ciudad 2	10	1	8	12	10		12
Ciudad 3	4	1	8	4	10		2
Ciudad 4	9	11	3	11	12	4	

a) Si las ciudades 2 y 3 se pueden utilizar como puntos de trasbordo, ¿cómo deben imprimirse y distribuirse los folletos?

b) Si la imprenta 2 decide retirar su oferta para imprimir los folletos ¿cuáles la nueva solución?

c) Finalmente se decide que cada ciudad debe abastecerse desde una única imprenta, considerándose que la imprenta 1 puede abastecer a dos ciudades y cada una de las otra imprentas a una única ciudad. ¿Cuál es la nueva solución del problema?

95. La empresa *BioReSA* ha recibido la concesión del servicio de recogida de residuos biocontaminantes de cuatro de los hospitales de la comarca. Dichos residuos pueden enviarse directamente a la planta de tratamiento o a través de una planta de trasferencia. Además, se ha llegado a un acuerdo con la dirección del hospital 1 para que éste pueda usarse como punto de transferencia.

La siguiente tabla muestra las distancias y otros datos relevantes:

	P. Trat.	P. Trans.	Hos. 1	Hos. 2	Hos. 3	Nº. Contenedores
P. Trans.	3					
Hos. 1	7	5				9
Hos. 2	7	1	1			19
Hos. 3	8	8	1	8		7
Hos. 4	1	9	8	3	3	33

a) Si los costos de tranposte por contenedor son proporcionales a las distancias de viaje. ¿Cuál es el plan óptimo de transferencia?

b) Las previsiones apuntan a un aumento de costos en los puntos de transferencia (Planta de transferencia y Hospital 1). ¿Qué aumento se puede soportar manteniendo la optimalidad del plan anterior?

c) Un camión con base en la planta de tratamiento debe hacer una ruta por los hospitales para repartir contenedores limpios. Siendo los costos de transporte independientes del número de contenedores entregados. ¿Cuál es la ruta óptima?

96. Una ONG está planificando su próximo envío de ayuda humanitaria. La siguiente tabla muestra los costes unitarios de envío, así como las disponibilidades y necesidades:

	D1	D2	D3	Disponible
O1	12	21	8	25
O2	6	19	22	26
O3	4	12	18	34
Demanda	27	24	31	

a) ¿Cuál es el plan de distribución con menor coste?

b) Condiciones meteorológicas muy adversas obligan a cancelar los vuelos previstos desde O2. ¿Cuál debería ser el nuevo plan?

c) La falta de recursos obliga a cubrir cada uno de los destinos desde un único origen. Teniendo en cuenta que la mercancía adicional tiene un coste unitario de adquisición de 5, ¿cuál debería ser el nuevo plan?

97. Una compañía telefónica está planificando el despliegue de la nueva red primaria de cierta región. La central regional debe conectarse a los centrales comarcales con enlaces de capacidad adecuada para soportar las necesidades previstas. La citada conexión puede hacerse directamente o utilizando centrales comarcales como puntos intermedios. El coste de cada enlace es proporcional a la longitud de éste y a la capacidad del mismo.

La siguiente tabla recoge las distancias entre las ciudades

	C1	C2	C3
CR	9	20	8
C1		9	3
C2			10
Capacidad	10	12	18

a) ¿Cuál debe ser la capacidad de cada uno de los enlaces a contruir?

b) Si se aprobase el actual borrador sobre una nueva normativa sobre impacto medioambiental se incrementaría en un 20 % el costo de un enlace entre CR y C1, y en un 30 % entre C2 y C3. ¿Cómo debería reajustarse el plan de despliegue si se aprobase la normativa?

c) Compromisos con el gobierno regional obligan a incluir una nueva central comarcal, C4, que requeriría un enlace con una capacidad de 10. La siguiente tabla recoge las distancias desde C4.

	CR	C1	C2	C3
C4	7	15	8	12

¿Cuál sería el nuevo plan de despliegue óptimo?

d) De forma independiente, debe construirse un enlace de control que partiendo de CR, recorra todas las ciudades y vuelva a CR. ¿Cómo debe constuirse dicho enlace?

98. Una empresa puede producir mesas y sillas. Una mesa requiere una hora de trabajo y 9 piezas de madera. Una silla requiere una hora y 5 piezas. Sólo se dispone de 6 horas de trabajo y 45 piezas de madera. Cada mesa produce un beneficio de 8 unidades y cada silla de 5. Encontrar el plan óptimo producción para una única semana.

99. Se desean construir parques de bomberos en una región, de manera que cada ciudad tenga al menos un parque a menos de 15 minutos por carretera.

a) Resolver el problema a mínimo coste si los tiempos de viaje vienen dados por:

	Hasta					
Desde	1	2	3	4	5	6
1	0	10	20	30	30	20
2	10	0	25	35	20	10
3	20	25	0	15	30	20
4	30	35	15	0	15	25
5	30	20	30	15	0	14
6	20	10	20	25	14	0

b) Resolver el problema para un tiempo de viaje de 10 minutos.

100. Una mancomunidad compuesta por cinco municipios está planificando la construcción de vertederos. La apertura de un vertedero tiene un costo de 1.000 unidades. Además los costos totales de operación se calculan en 100 unidades por Km. Si las distancias entre las posible ubicaciones de los vertederos y las ciudades están dadas por la tabla. Encontrar el plan de vertidos óptimo.

	Ciudad				
Vertedero	1	2	3	4	5
1	2	2	3	7	4
2	1	1	2	10	9
3	4	5	6	1	2

101. Una ONG desea asignar personal al estudio de proyectos elaborados sobre dos países distintos. Debido a la diferente dificultad de evaluación de dichos proyectos, se estima que cada persona puede evaluar 3 proyectos del primer país o 4 del segundo. Se dispone de 10 técnicos, que deben asignarse al estudio de proyectos de un único país. Además se desea que el número de proyectos del segundo país no exceda en más de 7 a los del primero. Formular el problema y obtener la asignación óptima.

102. Un barrio de 10 áreas se va a demoler y el gobierno debe decidir sobre el plan de desarrollo, pudiendo construir tres tipos de viviendas, según su costo. Se pueden construir 20 viviendas por área de bajo precio, 15 de precio medio y 10 de precio alto. Los costos expresados en millones son 13, 18 y 20. El mercado total se estima en 100 unidades. El número de viviendas de bajo coste no debe superar la quinta parte de la suma de los otros tipos de viviendas. Resolver el problema de desarrollo a coste mínimo.

103. Considérese el siguiente problema (P) de programación lineal

$$
\begin{array}{ll}
\text{mín} & 3x_1 + 5x_3 + 8x_4 \\
\text{s.a} & x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 1/3 \\
 & -x_1 - x_2 + x_4 \geq 1/2 \\
 & x_1, x_3, x_4 \geq 0,\ \ x_2 \leq 0
\end{array}
$$

a) Formular su problema dual, (D)

b) Resolver gráficamente (D).

c) Construir, directamente, la tabla óptima asociada a la solución obtenida para (D).

d) De la tabla anterior extraer la solución para (P).

e) Construir, directamente, la tabla óptima asociada a la solución obtenida para (P).

f) Resolver el problema (P) imponiendo que x_1 y x_4 sean enteras.

104. El departamento de recursos humanos de una empresa está planificando la próxima contratación de personal. El beneficio mensual estimado por empleado depende de la experiencia que tengan. Un trabajador sin experiencia produce 7 millones anuales y uno con experiencia 8. Los costos de adiestramiento son de 2 y 1, respectivamente, no debiendo superar los costos de adiestramiento 6 millones. Mientras que los costos de equipamiento son de 2 y 3 millones, respectivamente, no debiendo éstos superar un total de 9 unidades. Formular y resolver el problema óptimamente.

105. La compañía Minas Universal opera en tres minas de Virginia. El mineral de cada una se separa, antes de embarcarse, en dos grados. La capacidad diaria de producción de las minas, así como sus costes diarios de operación son los siguientes:

	Alto Tm./día	Bajo Tm./día	Costo/día
Mina 1	4	4	20
Mina 2	6	4	22
Mina 3	1	6	18

La Universal se comprometió a entregar 54 Tm. de mineral de grado alto y 65 Tm. de grado bajo para finales de la semana siguiente. Además, tiene contratos de trabajo que garantizan a los trabajadores el pago del día completo por cada día o fracción de día que la mina esté abierta. Determínese el número de días que debería operar cada mina para satisfacer su compromiso a costo mínimo.

106. El estado español dispone de 310 millones de pesetas para invertir en la construcción de nuevas clínicas en dos regiones distintas. La naturaleza y finalidad de cada clínica es distinta en cada región por lo cual la necesidad de recursos en cada región es distinta. En la primera región cada clínica podrá atender a 2000 nuevos pacientes, mientras que requerirá una inversión de 60 millones y la atención de 1 equipo de médicos. En la segunda región cada clínica puede atender a 3000 nuevos pacientes y requiere una inversión de 20 millones, la atención de 2 equipos médicos y 5 administrativos. Se dispone de 10 equipos médicos y 20 administrativos.

Formular y resolver el problema de maximizar el número de nuevos pacientes que podrán ser atendidos.

107. La empresa constructora Fast Building tiene una oferta de cinco proyectos. Las cantidades ofertadas por su realización son 400, 180, 350, 290 y 135 millones.

El tiempo necesario para cada uno de ellos es 6, 2, 1, 3 y 2 meses. El número de plantillas de obreros necesarias para su realización es de 4, 1, 2, 1 y 1. El coste de cada plantilla por mes (según el proyecto) es 10, 5, 3, 7 y 1 millones. Además los proyectos de menos de 250 millones requieren un técnico supervisor, mientras que los de más de 250 millones requieren dos. El coste mensual de un técnico supervisor es de 2 millones. Se dispone de 6 plantillas de obreros y 5 técnicos supervisores.

Formular y resolver el problema de selección de los proyectos para maximizar el beneficio de la empresa.

108. Un gaseoducto que cubre un total de 125 Kms. debe ser actualizado con equipos de supervisión. Se dispone de dos tipos de equipos, los costos de instalación, las longitudes cubiertas y el costo anual de mantenimiento vienen dados en la tabla.

	Instalación	Longitud	Mantenimiento
Equipo A	2	6	8
Equipo B	3	8	4

Sabiendo que los costos anuales de mantenimiento no pueden exceder de 57, encontrar el número de equipos a instalar a coste mínimo.

109. Dado el siguiente problema de programación lineal:

$$\begin{aligned} \text{máx} \quad & -x_1 + 2x_2 \\ \text{s.a} \quad & -4x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ & x_1 + x_2 \leq 2 \\ & x_1 \text{ libre}, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

a) Resolverlo.

b) Formular su problema dual y obtener su solución a partir de la tabla primal.

c) Realizar un análisis de sensibilidad en el vector del lado derecho.

d) Resolver nuevamente el problema suponiendo que las variables deben ser enteras.

110. Un granjero desea determinar cuál es la mejor selección de ganado para su granja con el objeto de maximizar las utilidades provenientes de las ventas de los animales al final del verano. Puede comprar ovejas, reses o cabras. En la siguiente tabla se muestran el costo de adquisición, el precio de venta, la cantidad de pasto necesario, en acres, y, el costo de alimentación y tratamiento, se muestran en la siguiente tabla.

	Costo A.	Precio	Pasto	Costo M.
Oveja	25	60	1	15
Res	10	20	4	5
Cabra	10	20	0'5	5

La granja tiene 300 acres y el granjero dispone de 2500 para comprar y mantener su ganado.

a) Formular y resolver el problema de la adquisición de ganado.

b) Formular nuevamente el problema si el número mínimo, en caso de adquisición de dicho animal, es de 50, 25 y 100 para las ovejas, reses y cabras, respectivamente.

111. En una fábrica de cerámicas se quieren hacer losetas de lujo, en cuya fabricación se necesitan 16 unidades de cemento, 8 de piedra, 12 de mármol y 12 de hierro. En el almacén de suministros se pueden comprar tres tipos de materia prima, cuyas composiciones y precios se dan en la siguiente tabla

Materia Prima	Composición (C:P:M:H)	Precio Unitario
Tipo I	3:0:3:2	1
Tipo II	0:3:5:0	1
Tipo III	7:0:9:8	2

a) Formular el problema de producción y su dual.

b) Resolver el problema por el método símplex dual.

c) Realizar un análisis de sensibilidad en el vector de costos.

d) Resolver nuevamente el problema si la materia prima debe comprarse en lotes.

112. Una empresa desea iniciar una nueva campaña de publicidad en tres medios distintos. Estimando que cada hora contratada producirá un beneficio neto de 2, 3 y 8 millones mensuales, respectivamente. El coste, en pesetas por cada 100 horas mensuales, es de 2, 4 y 6 millones, disponiendo de 9 millones mensuales. Por otra parte, cada uno de estos medios requerirá del presidente de la compañía una atención de 1, 0'5 y 3 horas por cada 100 horas contratadas, debido a las ocupaciones del presidente no se desea que el número de horas mensuales supere 5.

a) ¿Cuántas horas debe contratarse en cada medio? ¿Cuál es el beneficio neto?

b) ¿Y si las horas deben contratarse en lotes de 100?

113. Dado el siguiente problema de programación lineal

$$\begin{array}{ll} \text{mín} & x_1 + x_2 + 4x_3 \\ \text{s.a} & x_1 + x_2 + 6x_3 \geq 75 \\ & 2x_1 + 3x_2 \geq 140 \\ & x_1 + x_2 - 2x_3 \geq 0 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

a) Sabiendo que en la solución óptima $x_1 = 0$ resolver gráficamente el problema.

b) Construir la tabla óptima a partir de la solución obtenida.

c) Resolver el problema por el método símplex.

d) Resolver el problema imponiendo la condición de integridad a las variables.

114. Considere el siguiente problema de programación lineal

$$\begin{array}{ll} \text{máx} & 2x_1 + 3x_2 \\ \text{s. a} & 5x_1 + 7x_2 \leq 35 \\ & 4x_1 + 9x_2 \leq 36 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

a) Resuelva el problema gráficamente.

b) Realice una análisis de sensibilidad paramétrico en el vector de costos en la dirección $(1, 2)$.

c) Construya el problema dual y resuélvalo aplicando las condiciones de holgura complementaria.

d) Resuelva el problema de programación lineal entera asociado al anterior.

115. Una empresa de electrónica fabrica tres tipos de vídeos: portátil, normal y profesional. Los vídeos deben procesarse a través de dos departamentos cuyas características son las siguientes:

	Horas necesarias			Horas/mes
	Portátil	Normal	Profesional	disponibles
Dpto. Componentes	6	5	5'5	3000
Dpto. Ensamblaje	4'5	4'5	2	2000
Rendimiento neto	30	28	12	

a) Resolver el problema de producción.

b) Realizar un análisis de sensibilidad en el vector de recursos.

c) Se plantea la posibilidad de producir un nuevo tipo de vídeo, el super compacto, que necesitaría de 5 horas en el departamento de componentes y 7 en el de ensamblaje, ¿cuál debería ser el beneficio neto para que fuera rentable su producción?

d) La fábrica se reestructurará el próximo mes, por lo que se desea planificar la producción del mes en curso de manera óptima, resolver dicho problema.

116. Un armador puede cargar un barco con dos clases de mercancías A y B. El precio del transporte por tonelada de A, que ocupa 0'6 m^3, es de 250 pesetas y por tonelada de B, que ocupa 0'8 m^3, es de 300 pesetas. El barco puede transportar hasta 4000 toneladas y tiene una capacidad de 2400 m^3. Además de la mercancía B tiene que cargar por lo menos 1500 toneladas.

a) ¿Cuál es el reparto de carga que maximiza el ingreso?

b) Si la carga debe ir en contenedores de 32 m^3, ¿cuál sería el reparto óptimo?

117. Un agricultor está planificando la plantación de la próxima campaña, pudiendo elegir entre sembrar cereal o legumbres, hasta un total de 25 Ha.. Dispone de un volumen de agua de regadío suficiente para regar 20 Ha. de cereales o 15 Ha. de legumbres. El beneficio medio por Ha. se muestra en la siguiente tabla

	Cereal	Legumbres
Secano	0'7	0'8
Regadío	1'1	1'5

Debido a las disponibilidades de semillas se puede sembrar un máximo de 20 Ha. de legumbres.

a) Resolver el problema de planificación de siembra.

b) El gobierno está planificando aumentar el coste del agua, ¿cuánto podrían aumentar los costos de regadío por Ha. sin que se modificase la política óptima?

c) ¿Cuánto debería pagar como máximo por incrementar la disponibilidad de tierra para siembra?

d) Debido a restricciones del equipo de riego la zona de regadío debe dividirse en parcelas de 2 Ha. ¿Cuál es la nueva política óptima?

118. Un político está planificando la estrategia a seguir en la campaña para las elecciones. Dispone de tres posibles estrategias frente a las dos posibles de su oponente. La siguiente tabla muestra el número esperado de votos, en millares, para cada cruce de estrategias, así como la probabilidad con que el oponente aplica cada estrategia.

	Oponente	
Estrategias	O_1	O_2
E_1	10	1
E_2	200	-10
E_3	10	-5
Probabilidades	1/4	3/4

Debido a exigencias del programa político, la estrategia E_1 debe aplicarse en al menos el 10 % del territorio. Además, las estrategias 1 y 2 requieren de equipos de trabajo, la disponibilidad de equipos es tal que si sólo se aplicase la estrategia E_1 se podría cubrir todo el territorio, en cambio, si se aplicase sólo la estrategia E_2, sólo se podría cubrir el 40 %.

a) ¿En qué porcentajes deben aplicarse cada una de las estrategias para maximizar el número esperado de votos?

b) El político decide utilizar dinero para sobornar al personal del partido oponente. Por cada unidad monetaria invertida se espera conseguir un incremento de votos, en millares, de 10, 3 y 0 para las respectivas estrategias. ¿cuál es la cantidad máxima que se puede invertir sin que ello provoque un cambio en la estrategia?

c) En las próximas elecciones de la mancomunidad intervienen 10 municipios. Para cada uno de los municipios se debe elegir una única estrategia. ¿En cuántos municipios debe utilizarse cada estrategia para maximizar el número de votos?

119. Una empresa de transporte tiene un contrato para transportar 75 unidades de cierto producto. La empresa dispone de dos tipos de contenedores con capacidad para 20 y 10 unidades, respectivamente. Cada contenedor requiere de 12 horas de preparación para el primer tipo y 7 para el segundo, disponiéndose de un total de 55 horas. El costo de transporte por contenedor es de 20 y 10 unidades, respectivamente.

a) ¿Cuál es la política óptima de transporte, si los contenedores pueden usarse parcialmente?

b) ¿Cuánto tendría que disminuir el costo del segundo contenedor para producir un cambio de política?

c) Debido al incremento del coste de los carburantes se estima que en los próximos meses el costo de transporte aumentará en una unidad por mes y contenedor. ¿Cuándo será necesario un cambio de política?

d) ¿Cuál sería la política óptima, en caso de que los contenedores no pudieran usarse parcialmente?

120. Un equipo de trabajo, compuesto de tres miembros, está especializados en dos tipos de proyectos. El rendimiento de los proyectos es de 2 y 3 u., respectivamente. El número de horas disponibles para cada uno de los trabajadores es de 40, 30 y 25, respectivamente. El número de horas por proyecto y trabajador se muestra en la tabla

	Proyecto	
Trabajador	P1	P2
T1	1	3
T2	4	2
T3	2	3

a) Resolver el problema admitiendo que el compromiso con un proyecto puede ser parcial.

b) En que rango de valores el número de horas del trabajador 3 es la base anterior óptima.

c) En el rango anterior ¿Cuánto es el máximo que podríamos pagar por cada hora extra?

d) ¿Cuál es la solución si el compromiso no puede ser parcial?

121. Considérese el siguiente problema de programación lineal:

$$\begin{array}{ll} \text{máx} & 2x_1 + 3x_2 + x_3 \\ \text{s.a} & 5x_1 + 7x_2 + 2x_3 \leq -15 \end{array}$$

$$4x_1 + 9x_2 - 5x_3 \leq -4$$
$$x_1 \geq -5$$
$$x_1 \text{ libre}, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

a) Resolver gráficamente el problema, construyendo previamente un problema equivalente con dos variables.

b) A partir de la solución obtenida constrúyase la tabla símplex óptima.

c) Realizar un análisis de sensibilidad paramétrico en la función objetivo en la dirección $(2, 0, -1)$.

d) Resolver el problema suponiendo que las variables x_1 y x_2 deban ser enteras y x_3 par.

122. Considérese el siguiente problema de programación lineal

$$\begin{array}{ll} \text{máx} & 2x_1 - 3x_2 \\ \text{s. a} & x_1 + x_2 \leq 2 \\ & 4x_1 + 6x_2 \leq 9 \\ & x_1 + 3x_2 \geq 0 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \text{ libre} \end{array}$$

a) Resolver gráficamente el problema dado.

b) Formular el problema dual y calcular su solución a partir de las condiciones de holgura complementaria.

c) Construir directamente la tabla óptima para el problema dual.

d) Realizar un análisis de sensibilidad sobre el vector del lado derecho.

e) Resolver el problema dual imponiendo las condiciones de integridad.

123. Dado el siguiente problema de programación lineal

$$\begin{array}{ll} \text{mín} & 2x_1 - 3x_2 \\ \text{s.a} & x_1 - 3x_2 \geq 6 \\ & x_1 - x_2 \geq 3 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \text{ libre} \end{array}$$

a) Resolver el problema por el método símplex dual.

b) Realiza un análisis de sensibilidad paramétrico en el vector de coeficientes en la dirección $(2, 1)'$.

c) Aplicando las condiciones de holgura complementaria resolver el problema dual.

d) Aplicando el algoritmo todo entero de Gomory resolver el problema entero.

124. Una compañía metalúrgica produce cuatro productos usando cobre y zinc como materia prima. Los requerimientos y los beneficios por unidad de cada uno de los cuatro productos, y la máxima cantidad de cobre y zinc disponibles se muestran a continuación.

	Producto				Máximo Disponible
	A	B	C	D	
Cobre	4	9	7	10	6000
Zinc	2	1	3	20	4000
Beneficio	15	25	20	60	

a) Resolver el problema.

b) ¿Cómo cambiaría la solución si el producto A necesitase 3 unidades de cobre y 1 de Zinc?

c) Debido a un proceso de reconversión se espera que durante los próximos meses los beneficios irán aumentando mensualmente en una cantidad de 2, 1, 3, 1. ¿Cuándo debemos cambiar de política? ¿Cuál debe ser esta nueva política de producción?

d) Resolver nuevamente el problema original suponiendo que los productos A y B debe producirse en lotes de centenares de unidades.

125. Una empresa de software utiliza tres soportes distintos para repartir sus productos, siendo los costos unitarios respectivos de 10, 5 y 4. Se estima que el 1 % de los usuarios demandarán el software en el medio 1. El software distribuido por el medio 2 falla en el 5 % de los casos, debiendo entregarse otra copia. Los fallos ascienden al 10 % cuando se utiliza el medio 3.

El siguiente pedido se calcula en 1000 unidades.

a) Resolver el problema de producción a mínimo costo.

b) En sucesivas tiradas el costo del soporte 1 irá disminuyendo, mientras que los soportes 2 y 3 mantendrán su precio, ¿cuándo será necesario cambiar de esquema de producción?

c) Se plantea la posibilidad de utilizar un nuevo medio con una tasa de fallo del 1 % y un costo unitario de 4'5, ¿qué se debe hacer?

d) Por motivos técnicos el número de copias realizadas en cada soporte debe ser un múltiplo de 30, ¿cuál debe ser el nuevo plan?

126. Considérese el siguiente problema de programación lineal

$$\begin{array}{ll} \text{máx} & x_1 - 2x_2 \\ \text{s.a} & x_1 + x_2 \leq 12 \\ & 2x_1 + x_2 \leq -6 \\ & x_1 \text{ libre }, x_2 \geq 0 \end{array}$$

a) Resolver gráficamente el problema.

b) ¿Calcular todas las direcciones de ilimitación que existan si x_2 es libre?

c) Obtener la tabla óptima tan directamente como sea posible.

d) Realizar un análisis de sensibilidad en el vector del lado derecho.

e) Resolver el problema imponiendo la condición de que las variables sean múltiplos de 2.

127. Considérese el siguiente problema de programación lineal

$$\begin{array}{ll} \text{mín} & 12x_1 - 6x_2 \\ \text{s.a} & x_1 + 2x_2 = 1 \\ & x_1 + x_2 \geq -2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

a) Resolver gráficamente el problema.

b) A partir de la solución obtenida y aplicando las condiciones de holgura complementaria obtener la solución óptima del problema dual.

c) Obtener la tabla óptima tan directamente como sea posible.

d) Realizar un análisis de sensibilidad en el vector del lado derecho.

e) Resolver el problema imponiendo la condición de integridad sobre las variables.

128. De un problema de programación lineal se conoce su tabla óptima

		-1	5	1	0	0	M	
		x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	z_2	
-1	x_1	1	$\frac{10}{7}$	0	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	$-\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$
1	x_3	0	$-\frac{1}{7}$	1	$\frac{1}{14}$	$-\frac{3}{14}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{2}{7}$
		0	$\frac{-46}{7}$	0	$-\frac{3}{14}$	$-\frac{5}{14}$	$\frac{5}{14} - M$	$\frac{1}{7}$

Resolver el problema entero asociado.

129. Un distribuidor de ferretería planea vender paquetes de tuercas y tornillos mezclados. Cada paquete pesa por lo menos 2 Kg. y se compone de tuercas y tornillos de tres tamaños. Las tuercas y tornillos se compran en lotes de 200 Kg. que cuestan 20, 8 y 12 euros, respectivamente.

Además el peso combinado de los tamaños 1 y 3 debe ser al menos la mitad del peso total del paquete. El peso de los tamaños 1 y 2 no debe ser mayor que 1'6 Kg. Y cualquier tamaño de tornillo debe ser al menos el 10 % del paquete total.

a) ¿Cuál debe ser la composición del paquete para minimizar el costo?

b) Si en la segunda restricción se pudiese relajar aumentando el peso máximo permitido, ¿cuál sería el beneficio conseguido por cada unidad que se relaje?

c) Por restricciones técnicas de la cadena de envasado, el peso de cada uno de los tamaños debe ser un múltiplo de 250 g., resolver nuevamente el problema.

130. Un fabricante de masillas desea distribuir un paquete surtido, que contenga tres tipos distintos de éstas. El paquete tiene un límite de 1 Kg. para su peso y de 1 l. para su volumen. Las densidades de los tres tipos de masilla son 1'5, 0'5 y 1. El precio de venta de cada masilla es de 2, 5 y 1 unidades por Kg.

a) Encontrar la composición óptima del paquete.

b) Se desea estudiar la conveniencia de incluir un cuarto tipo de masilla, con densidad $\frac{1}{3}$ y precio de venta 1 unidad por Kg. ¿Debe ser alterada la composición del paquete?

c) En los últimos meses se está observando un progresivo aumento en el precio de la masilla del primer tipo. ¿Cuándo debe cambiarse de política?

d) Debido a nuevas restricciones tecnológicas es necesario que la cantidad de cada tipo de masilla en el paquete sea un múltiplo de 100 g. Encontrar la nueva composición.

131. Un equipo de desarrolladores de software, compuesto de tres miembros, está especializado en dos tipos de proyectos. El beneficio obtenido por cada proyecto es de 2 y 3 u., respectivamente. El número de horas disponibles para cada uno de los desarrolladores es de 40, 30 y 25, respectivamente. La carga de trabajo que cada proyecto aporta a cada desarrollador se muestra en la tabla siguiente.

	Proyecto	
Trabajador	P1	P2
T1	1	3
T2	4	2
T3	2	3

a) Encontrar el número de proyectos de cada tipo que deben ejecutarse para maximizar los beneficios, admitiendo que el compromiso puede ser parcial.

b) Si las horas disponibles de los tres desarrolladores se aumentan simultáneamente, ¿expresar en forma paramétrica la nueva solución?

c) ¿Cuál es la solución si el compromiso no puede ser parcial?

132. Una línea de comunicaciones debe dotarse de amplificadores para que la señal transmitida no pierda potencia.

Se dispone de dos tipos de equipos, los costos de instalación, las longitudes cubiertas y el costo anual de mantenimiento vienen dados en la tabla siguiente.

	Instalación	Longitud	Mantenimiento
Equipo A	2	6	8
Equipo B	3	8	4

La longitud total que debe ser cubierta asciende a 5100. Y el número de equipos del segundo tipo debe estar comprendido entre el 20 % y el 75 % del total.

a) Teniendo en cuenta que se prevé que la instalación funcione durante 10 años, encontrar la política que minimiza el costo total de operación.

b) Durante el periodo de funcionamiento se prevé que el costo de mantenimiento aumente cada año una cantidad δ y $\delta/2$ para los equipos A y B respectivamente, analizar que valores de δ permiten mantener la política del apartado anterior.

c) Debido a restricciones tecnológicas se hace necesario que el número de equipos de cada tipo sea múltiplo de 25. Resolver nuevamente el problema.

133. Una empresa de suministros eléctricos está planificando la compra de un producto que puede ser adquirido en cajas de dos tipos. Cada caja tiene un coste de 10 y 9 U. m., respectivamente. La empresa dispone de 10.000 u. m. para realizar las compras. Se dispone de capacidad de almacenamiento para 2.000 cajas del segundo tipo, siendo cada caja del primer tipo equivalente a caja y media del segundo. Los precios de venta respectivos son de 12 y 11 u. m.

a) Formular el problema de la compra y resolverlo gráficamente.

b) Se desea estudiar la posibilidad de ampliar el capital disponible solicitando un préstamo, ¿cómo deben ser las comisiones para que le resulte rentable a la empresa dicho préstamo?

c) La empresa suministradora ofrece una disminución en los costos si las cajas se compran en lotes de 750, pasando a ser los costos unitarios de 9 y 7'5 respectivamente. ¿Interesa a la empresa aceptar estas nuevas condiciones?.

134. Una determinada aleación se obtiene mezclando en un alto horno la materia prima procedente de tres minas. Los precios por Tm. de las materias primas son respectivamente de 18, 10 y 11. Debido a un mayor grado de impureza del mineral procedente de la segunda mina, este mineral no debe mezclarse en una proporción superior al 30 %. Compromisos sociales obligan a adquirir al menos un 10 % de la materia prima en cada una de las minas.

a) ¿Cómo debe hacerse la mezcla para minimizar el costo?

b) En los próximos años se estima un incremento anual en los costos de 1, 2 y 3, respectivamente. ¿Cuándo será necesario cambiar de política?

c) Resolver nuevamente el problema admitiendo que los minerales deben mezclarse en porcentajes múltiplos del 20 %.

135. Un fabricante de modas está planificando la producción de tres modelos de trajes. Para los trajes se utilizan tres tipos de telas. La siguiente tabla recoge las necesidades de tela de cada uno de los modelos.

		Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Disponible
Tipo de Tela	1	3	1	4	1800
	2	1	4	2	1000
	3	3	1	2	1200

Los precios unitarios de venta de cada uno de los trajes son 1, 1 y 8 respectivamente.

a) Encontrar el plan de producción óptimo.

b) Una nueva legislación en materia de importación de telas hace prever una escasez del tipo 2. ¿Cómo afecta esto al plan de producción?

c) Un nuevo estudio de mercado hace pensar que el número de trajes de tipo 3 no debe superar la mitad del total. Encontrar el nuevo plan de producción.

d) Debido al sistema de comercialización la empresa está obligada a producir un número de unidades múltiplo de 200. Obtener el nuevo plan de producción.

136. Considérese el siguiente problema (P) de programación lineal

$$
\begin{array}{lll}
(P) & \text{máx} & 6x_1 + 5x_2 \\
 & \text{s.a} & 5x_1 + x_2 \leq 15 \\
 & & 2x_1 + 4x_2 \leq 18 \\
 & & x_1, x_2 \geq 0
\end{array}
$$

a) Formular su problema dual, (D), y resolver gráficamente.

b) Resolver el problema primal, (P), aplicando las condiciones de holgura complementaria.

c) Construir, directamente, la tabla símplex óptima asociada a la solución obtenida para (P).

d) Calcular explícitamente la regla del 100 % para la solución obtenida.

e) Resolver el problema (P) imponiendo que x_1 y x_2 tomen valores enteros.

137. Dado el siguiente problema de programación lineal:

$$
\begin{array}{ll}
\text{mín} & -3x_1 + 4x_2 \\
\text{s.a:} & x_1 + x_2 \leq 4 \\
 & 2x_1 + 3x_2 \geq 18 \\
 & x_1 - x_2 \geq -20 \\
 & x_1 \text{ libre}, x_2 \geq 0
\end{array}
$$

a) Obtener su solución.

b) Suponiendo que la segunda restricción representa una restricción de demanda, calcular e interpretar económicamente el valor de la correspondiente variable dual.

c) El envejecimiento de la maquinaria produce que el vector de recursos se altere al transcurrir el tiempo, pasando a ser $b' = (4 - t/2, 18 - t/3, -20 + t)$. Determinar el instante del tiempo en el que es necesario cambiar de solución.

d) Resolver nuevamente el problema imponiendo que las variables tomen valores múltiplos de 4.

138. Dado el siguiente problema de programación lineal:

$$\begin{array}{ll} \text{máx} & -3x_1 + 2x_2 \\ \text{s.a} & -x_1 + x_2 \leq 20 \\ & -x_1 + 3x_2 \leq 45 \\ & 3x_1 + 5x_2 \leq 60 \\ & x_1 \geq -15, x_2 \geq 0 \end{array}$$

a) Encontrar una solución del problema resolviendo gráficamente.

b) Usando la solución obtenida y aplicando las condiciones de holgura complementaria encontrar una solución del problema dual.

c) Encontrar el rango de valores del parámetro t en el que:

i) la base actual es óptima, si el lado derecho se cambia por $b + t(5, 10, 15)'$.

ii) la solución actual es óptima, si el lado derecho se cambia por $b + t(10, 5, 15)'$.

d) Encontrar una solución del problema imponiendo que los valores obtenidos sean pares.

139. Una empresa produce tres tipos de pintura plástica, los beneficios netos son, respectivamente, de 4, 5, 9 u.m./l.. La empresa puede producir semanalmente un máximo de 10.000 l., si bien se sabe, que la demanda conjunta de los tipos 2 y 3 no supera 8.000 l./sem.. Además, los tres tipo de pintura usan cierto aditivo, que los tipos 1 y 2 utilizan en cantidad doble al tipo 3. Se dispone de aditivo equivalente al necesario para 15.000 l./sem. de pintura tipo 3.

a) Resolver el problema de producción semanal.

b) Una mejora en el sistema de producción permite reducir el nivel de aditivo necesario para el tipo 2 a 1'5 veces el de tipo 3. Obténgase el nuevo plan de producción semanal (si procede).

c) A que precio podría comprarse aditivo para aumentar la producción.

d) Debido a la capacidad de los depósitos usados, la cantidad de pintura fabricada de cada tipo debe ser un múltiplo de 1.500 l./sem.. Obténer el nuevo plan de proeucción semanal

140. Una planta de envasado dispone de tres máquinas que pueden trabajar simultáneamente. La planta debe envasar un total de 10.500 unidades. La capacidad de cada máquina es de 300, 150, 100 unidades por hora. El número total de unidades envasadas en las máquinas 1 y 2 no debe superar 8.250 unidades. Los costos por cada hora de funcionamiento son, respectivamente, de 5, 2, 1 u.m.. Además el tiempo total de funcionamiento de las máquinas no debe superar las 50 horas.

a) Encontrar el plan de envasado óptimo.

b) ¿Sería rentable la introdución de una nueva máquina, con una capacidad de 200 unidades por hora y un costo por hora de funcionamiento de 2'5 u.m.?

c) Debido a la organización en turnos de los empleados se hace necesario que la máquinas trabajen un número de horas múltiplo de 4, ¿encontrar el nuevo plan de envasado?

141. Una compañía eléctrica dispone de 4 generadores con capacidades de 100, 60, 80 y 150 KW-H. En un instante determinado debe suministrar 165 KW-H. Los costes de producción son 15, 13'5, 21 y 23'5 u.m/KW-H.

a) Encontrar el esquema óptimo de producción.

b) Se ha previsto un incremento anual en los costos de producción de 1, 0'5, 1 y 2. Encontrar el esquema óptimo de producción en los dos próximos intervalos de tiempo.

c) Encontrar un nuevo esquema de producción que satisfaga que el número de KW-H producido por cada generador sea múltiplo de 25 KW-H.

142. Dado el siguiente problema de programación lineal:

$$\begin{array}{ll} \text{mín} & 3x_1 + 2x_2 \\ \text{s.a} & 3x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 15 \\ & 7x_1 + 5x_2 + 2x_3 \geq 26 \\ & x_1 - 7x_2 \leq 8 \\ & 10x_1 + 6x_2 - 5x_3 \leq -30 \\ & x_1 - x_2 + x_3 = 10 \\ & x_1, x_3 \geq 0, x_2 \leq 0 \end{array}$$

a) Resolver gráficamente.

b) Aplicando las condiciones de holgura complementaria calcular la solución del problema dual.

c) A partir de la solución obtenida calcular la tabla óptima símplex.

d) Resolver nuevamente imponiendo las siguientes condiciones:

i) x_1 es entera.

ii) x_2 es entera.

iii) x_2 y x_3 son enteras.

143. Una empresa constructora está planificando su política de inversión para los próóximos dos años. Para ello ha clasificado los proyectos en dos grupos en función de las cantidades a invertir. Ambos tipos de proyectos tienen un beneficio neto de 10 u.m.. Los proyectos del primer tipo requieren una inversión de 2 u.m. el primer año y 6 u.m. el segundo. Un proyecto de tipo dos requiere 5 u.m. y 5 u.m. respectivamente. Se dispone de 16 u.m. el primer año y 30 u.m. el segundo.

a) Resolver el problema de planificación. (Los proyectos pueden financiarse parcialmente.)

b) El gobierno local está discutiendo la introducción de un nuevo impuesto que afectaría a los proyectos de tipo uno,¿qué importe llevaría a un cambio de política?.

c) Un socio capitalista ofrece invertir en la empresa aumentando el capital disponible el primer año, ¿cuál sería la máxima contrapartida admisible para el socio?

d) Resolver el problema de planificación para el caso en que los proyectos no puedan financiarse parcialmente.

144. Un transportista dispone de un camión de carga máxima 21 Tm.. La carga puede componerse de tres productos, de pesos unitarios: 10, 15 y 8 Kg. El beneficio neto obtenido es proporcional al precio de venta de la mercancía transportada, dichos precios unitarios son: 12, 20 y 14 u.m. respectivamente. Los precios de compra unitarios son: 8, 12 y 10 u.m. El precio de compra total no debe superar las 24.000 u.m.

a) Encontrar la distribución de carga óptima.

b) Si la disponibilidad máxima del tercer producto es de 1000 unidades, obtener la nueva composición de la carga.

c) El transportista recibe la oferta de cargar un nuevo tipo de mercancía de peso unitario 12 Kg., con precio de venta 18 u.m. y precio de compra de 11 u.m. ¿Cómo debe modificarse la composición de la carga?

d) Encontrar la distribución de carga óptima si los productos deben comprarse en lotes de 500 unidades.

145. La empresa *Coches Chachis, s. a.* recibe los alternadores que monta en sus coches de una empresa externa. Los alternadores recibidos se somenten a un proceso de inspección previa con tres posibles niveles: *Inspección Nula*, *Inspección Leve*, *Inspección Exhaustiva*. El número de alternadores diarios recibidos asciende a 3000. El número máximo de inspecciones diarias es de 750. La siguiente tabla muestra otros datos relevantes del problema.

	Nivel de Inspección		
	Nula	Leve	Exhaustiva
Nº de equipos		2	1
Ahorro/pieza inspeccionada	-5	10	20
Tiempo (min.)/pieza	0	1	3
Tiempo máximo (min.)/equipo		400	300
Costo/min.		2	3

a) Encontrar la política de inspección óptima.

b) Si una empresa externa se ofreciera a realizar la inspección exhaustiva de las piezas al mismo coste, ¿Cuál sería la nueva política óptima?

c) Debido al tipo de maquinaria usada durante la inspección el número de piezas sometidas a cada tipo inspección debe ser un múltiplo de 30. ¿Cuál es la nueva política óptima?

146. Una empresa debe someter las piezas que fabrica a un proceso de pulido. Para ello dispone de dos posibles tratamientos, cada uno de los cuales requiere de la intervención de dos máquinas. El tiempo total de trabajo de cada una de las máquinas no puede exceder el 120 % del tiempo total de trabajo de la otra. En la siguiente tabla se recogen los tiempos necesarios de cada máquina según el tratamiento y los costos de funcionamiento.

	Máquina 1	Máquina 2
Tramiento A (min./pieza)	2	3
Tramiento B (min./pieza)	5	1
Costo (€/min.)	1	2

a) ¿Qué porcentaje de piezas debe seguir cada tratamiento?

b) Si se pudiese hacer un *Tratamiento C* que requiriese 4 minutos de *Máquina 1* y 2 minutos de *Máquina 2*. ¿Sería rentable usar este tratamiento?

c) Si los tratamiento no pueden ser interrumpidos y en cada ciclo deben pulirse un total de 100 piezas. ¿Cuál debe ser el reparto?

147. Una cooperativa vinícola puede producir tres tipos de vinos. Para ello mezcla dos tipos de uva en diferentes proporciones. Dispone de la uva necesaria de ambos tipos para producir 10.000 botellas de tipo 1 y 10.000 botellas de tipo 3. La inversión total no puede superar 25.000€. La siguiente tabla muestra las necesidades y el beneficio neto de cada botella de vino.

	Uva 1 (Kg)	Uva 2 (Kg)	Inversión (€)	Beneficio Neto (€)
Botella Vino 1	2	1	1	4
Botella Vino 2	1	1	1'5	5
Botella Vino 3	1	4	3	10

a) Encontrar el plan óptimo de producción.

b) Identificar cuáles son los recursos escasos y calcular el precio que la cooperativa podría pagar por cada uno de ellos.

c) Estudios de mercado indican que el número máximo de botellas de vino tipo 3 debe ser 2.000. ¿Encontrar el nuevo plan óptimo de producción?

d) Si la dirección estima conveniente producir los vinos partidas de 500 cajas (con 10 botellas por caja), ¿cuál es el nuevo plan óptimo de producción?

148. Una empresa fabrica tres tipos de osos de peluche. Los respectivos precios de venta son: 9, 4 y 7 u.m. Cada oso requiere 6, 3 y 5 u.m., respectivamente, de materia prima, disponiéndose de un máximo de 25.000 u.m. para la adquisición de dicha materia prima. Se dispone de la mano de obra necesaria para fabricar (simultáneamente) 2000 osos de cada tipo. Los osos del segundo tipo necesitan la mitad de mano de obra que los del tipo primero o tercero. Además, el número de osos del primer tipo no puede superar al total restante.

a) Encontrar la solución óptima del problema.

b) Si existiese la posibilidad de producir un cuarto modelo con un precio de venta de 8 u.m., un costo en materia prima de 2 u.m. y con los mismos requerimientos en mano de obra que el tipo 3. ¿Cuál sería la nueva solución óptima?

c) Motivos logísticos aconsejan que los osos se produzcan en lotes de 50. ¿Cuál sería la nueva solución?

149. Una empresa debe fabricar planchas metálicas a partir de dos aleaciones de composición:

	Metal			
Aleación	Hierro	Aluminio	Cobre	€/Tm
A	60 %	20 %	20 %	80
B	60 %	35 %	5 %	60

a) Las especificaciones del cliente detallan que las planchas deben contener al menos un 30 % de aluminio y un 10 % de cobre. ¿Cuál es la mezcla óptima?

b) En un encargo posterior el cliente pide planchas con un contenido mínimo del 25 % de aluminio y del 15 % de cobre. ¿Cuál es la mezcla óptima para estas planchas?

c) Se dispone de una nueva aleación C, cuya composición es 55 % Hierro, 25 % Aluminio y 20 % Cobre. ¿Obtener la composición de la mezcla óptima para todos los posibles precios de esta aleación C?

d) En las condiciones del apartado anterior y con un precio de compra de 75€/Tm para la aleación C, para la producción de 10 Tm se impone la condición de que el número de Tm de cada tipo de aleación debe ser entero, ¿cómo deben planificarle la producción de dichas 10 Tm?